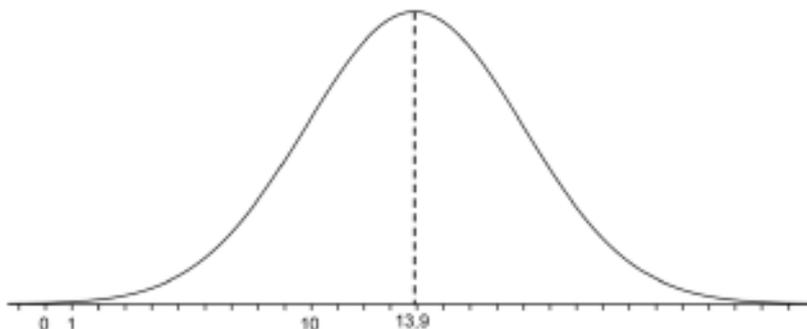


Les deux parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

Des études statistiques ont permis de modéliser le temps hebdomadaire, en heures, de connexion à internet des jeunes en France âgés de 16 à 24 ans par une variable aléatoire T suivant une loi normale de moyenne $\alpha = 13,9$ et d'écart type σ . La fonction densité de probabilité de T est représentée ci-dessous ;



1. On sait que $P(T \geq 22) = 0,023$. En exploitant cette information :
 - a. Hachurer, sur le graphique donné en annexe deux domaines distincts dont l'aire est égale à 0,023.
 - b. Déterminer $P(5,8 \leq T \leq 22)$ Justifier le résultat.
- Montrer qu'une valeur approchée de σ au dixième est 4,1.
2. On choisit un jeune en France au hasard. Déterminer la probabilité qu'il soit connecté à internet plus de 18 heures par semaine. Arrondir au centième.

Partie B

Dans cette partie, les valeurs seront arrondies au millième.

La Hadopi (Haute Autorité pour la diffusion des œuvres et la protection des droits sur internet) souhaite connaître la proportion en France de jeunes âgés de 16 à 24 ans pratiquant au moins une fois par semaine le téléchargement illégal sur internet. Pour cela, elle envisage de réaliser un sondage.

Mais la Hadopi craint que les jeunes interrogés ne répondent pas tous de façon sincère. Aussi, elle propose le protocole (\mathcal{P}) suivant : On choisit aléatoirement un échantillon de jeunes âgés de 16 à 24 ans. Pour chaque jeune de cet échantillon

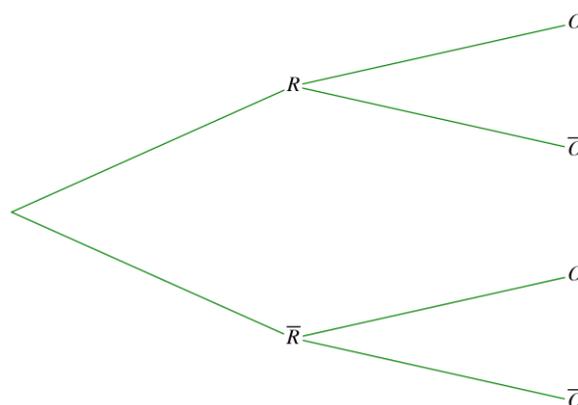
- le jeune lance un dé équilibré à 6 faces ; l'enquêteur ne connaît pas le résultat du lancer ;
 - l'enquêteur pose la question : « Effectuez-vous un téléchargement illégal au moins une fois par semaine ? » ;
- si le résultat du lancer est pair alors le jeune doit répondre à la question par « Oui » ou « Non » de façon sincère ;
 - si le résultat du lancer est « 1 » alors le jeune doit répondre « Oui »;
 - si le résultat du lancer est « 3 ou 5 » alors le jeune doit répondre « Non ».

Grâce à ce protocole, l'enquêteur ne sait jamais si la réponse donnée porte sur la question posée ou résulte du lancer de dé, ce qui encourage les réponses sincères.

On note p la proportion inconnue de jeunes âgés de 16 à 24 ans qui pratiquent au moins une fois par semaine le téléchargement illégal sur internet.

1. Calculs de probabilités
On choisit aléatoirement un jeune faisant parti du protocole (\mathcal{P}).
On note : R l'évènement « le résultat du lancer est pair ».
O l'évènement « le jeune a répondu Oui ».

Reproduire et compléter l'arbre pondéré ci-dessous :
En déduire que la probabilité q de l'évènement « le jeune a répondu « Oui » est : $q = \frac{1}{2} p + \frac{1}{6}$



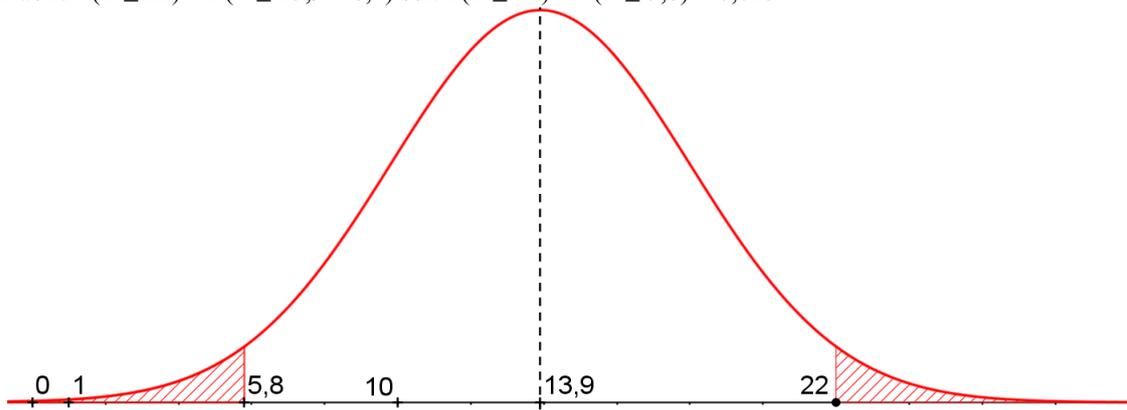
2. Intervalle de confiance

- a. A la demande de la Hadopi, un institut de sondage réalise une enquête selon le protocole (\mathcal{P}). Sur un échantillon de taille 1500, il dénombre 625 réponses « Oui ». Donner un intervalle de confiance, au niveau de confiance de 95%, de la proportion q de jeunes qui répondent « Oui » à un tel sondage, parmi la population des jeunes français âgés de 16 à 24 ans.
- b. Que peut-on en conclure sur la proportion p de jeunes qui pratiquent au moins une fois par semaine le téléchargement illégal sur internet ?

CORRECTION

Partie A

1. a. $P(T \geq 22) = 0,023$. La courbe est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = 13,9$
 $22 = 13,9 + 8,1$ donc $P(T \geq 22) = P(T \leq 13,9 - 8,1)$ soit $P(T \geq 22) = P(T \leq 5,8) = 0,023$



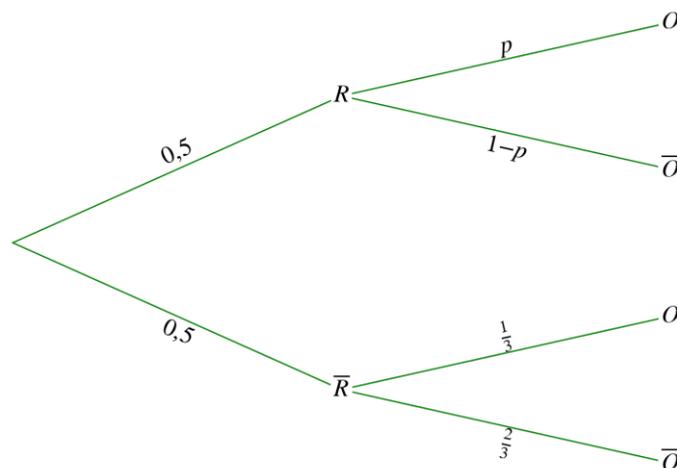
b. $P(5,8 \leq T \leq 22) = 1 - P(T \geq 22) - P(T \leq 5,8) = 1 - 0,023 \times 2 = 0,954$

$P(\alpha - 2\sigma \leq X \leq \alpha + 2\sigma) \approx 0,95$ donc $\alpha + 2\sigma = 22$ soit $2\sigma = 22 - 13,9 = 8,1$ soit $\sigma \approx 4,05$ donc une valeur approchée de σ au dixième est 4,1.

2. $P(X \geq 18) = 0,159$

Partie B

1. Calculs de probabilités



$$q = p(R \cap O) + p(\bar{R} \cap O) \text{ soit } q = \frac{1}{2}p + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \text{ donc } q = \frac{1}{2}p + \frac{1}{6}$$

2. Intervalle de confiance

a. $n = 1500$ donc $n \geq 30$, $f = \frac{625}{1500} \approx 0,417$. donc $nf = 625$ soit $nf \geq 5$ et $n(1-f) = 875$ donc $n(1-f) \geq 5$

un intervalle de confiance, au niveau de confiance de 95%, de la proportion q de jeunes qui répondent « Oui » à un tel sondage est

$$\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \text{ soit } [0,390 ; 0,443].$$

b. Par conséquent $0,390 \leq q \leq 0,443$ soit $0,390 \leq \frac{1}{2}p + \frac{1}{6} \leq 0,443$

$$\text{Soit } 0,390 - \frac{1}{6} \leq \frac{1}{2}p \leq 0,443 - \frac{1}{6} \text{ donc } 2 \times 0,390 - 2 \times \frac{1}{6} \leq p \leq 2 \times 0,443 - 2 \times \frac{1}{6}$$

En arrondissant au millième, on trouve : $0,446 \leq p \leq 0,553$

En conséquence, entre 44,6% et 55,3% des jeunes pratiquent au moins une fois par semaine le téléchargement illégal sur internet.