Antilles Guyane juin 2007
EXERCICE 1 6 points Commun à tous les candidats
Question de cours

Prérequis : positivité et linéarité de l'intégrale.

Soient a et b deux réels d'un intervalle I de $\mathbb{R}$ tels que $a \leq b$. Démontrer que si f et g sont deux fonctions continues sur I telles que pour tout réel x de l'intervalle I , $f(x) \geq g(x)$, alors $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t \geq \int_a^b g(t)\,\mathrm{d}t$ [1 ex].

Partie A

1. Soit x un réel supérieur ou égal à 1. Calculer en fonction de x l'intégrale $\int_1^x (2-t)\,\mathrm{d}t$

2. Démontrer que pour tout réel t appartenant à l'intervalle [1 ; + ∞ [, on a : $2-t \leq \dfrac{1}{t}$.

3. Déduire de ce qui précède que pour tout réel x supérieur ou égal à 1, on a : $-\dfrac{1}{2}x^2+2x-\dfrac{3}{2} \leq \ln x$.

Partie B

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = -\dfrac{1}{2}x^2+2x-\dfrac{3}{2}$

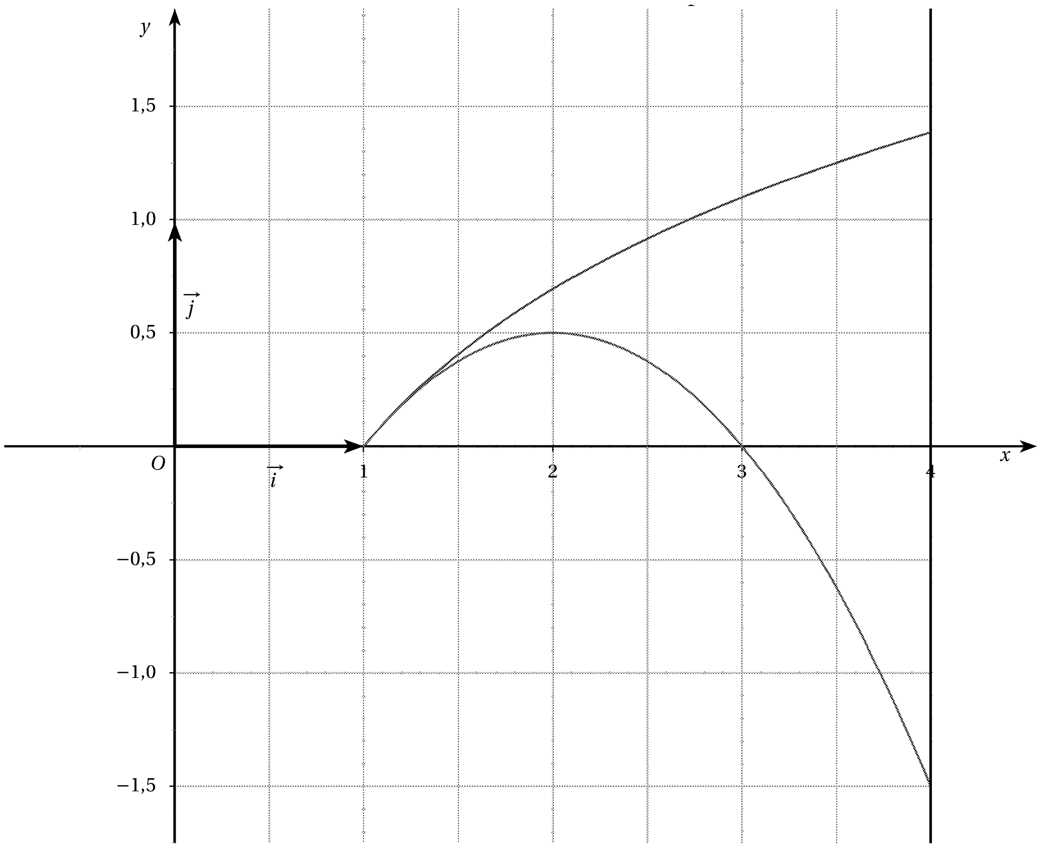
Sur le graphique joint en annexe, le plan est muni d'un repère orthogonal $(\mathrm{O}\,;\vec{i}, \vec{j})$ dans lequel on a tracé les courbes représentatives des fonctions h et logarithme népérien sur l'intervalle [1 ; 4]. On a tracé également la droite (d) d'équation $x = 4$.

1. a. Démontrer que $\int_1^4 h(x)\,\mathrm{d}x = 0$.

b. Illustrer sur le graphique le résultat de la question précédente.

2. On note (D) le domaine du plan délimité par la droite (d) et les courbes représentatives des fonctions h et logarithme népérien sur l'intervalle [1 ; 4].

En utilisant une intégration par parties, calculer l'aire de (D) en unités d'aire.



EXERCICE 2 5 points Réservé aux candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité.

$(O ; \vec{u}, \vec{v})$ est un repère orthonormal direct du plan complexe. Soit A le point d'affixe 1 + i.

Au point M d'affixe z, on associe le point M' d'affixe z' telle que $z' = \frac{1}{2}(z + \mathrm{i}\,\bar{z})$.

1. On pose $z = x + \mathrm{i}\,y$ et $z' = x' + \mathrm{i}\,y'$ avec x, y, x' et y' réels.

a. Démontrer les égalités suivantes : $x' = \frac{1}{2}(x + y)$ et $y' = \frac{1}{2}(x + y)$. En déduire que le point M' appartient à la droite (OA).

b. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $M = M'$.

c. Démontrer que pour tout point M du plan les vecteurs $\overrightarrow{MM'}$ et $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ sont orthogonaux.

2. Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$. M_1 est le point d'affixe z_1 image de M par r, M_2 le point d'affixe $z_2 = \bar{z}$, M_3 le point d'affixe z_3 tel que le quadrilatère O$M_1M_3M_2$ soit un parallélogramme.

a. Dans cette question uniquement M a pour affixe 4 + i, placer les points M, M_1, M_2, M_3.

b. Exprimer z_1 en fonction de z, puis z_3 en fonction de z.

c. O$M_1M_3M_2$ est-il un losange ? Justifier.

d. Vérifier que $z' - z = \frac{1}{2}\mathrm{i}\,z_3$. En déduire que $\overrightarrow{MM'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{O}M_3}$.

3. Démontrer que les points M, M_1, M_2, M_3 appartiennent à un même cercle de centre O si et seulement si $MM' = \frac{1}{2}\mathrm{O}M$.

Donner alors la mesure en radians de l'angle géométrique $\widehat{M'\mathrm{O}M}$.

EXERCICE 2 5 points Réservé aux candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

$(O ; \vec{u}, \vec{v})$ est un repère orthonormal direct du plan complexe (unité graphique 1 cm). On considère le point A d'affixe $z_A = 1 + \mathrm{i}$.

On note S_1 la symétrie orthogonale par rapport à l'axe $(O ; \vec{u})$ et h l'homothétie de centre O et de rapport 3.
On pose $s = h \circ S_1$.

Partie A

1. Placer le point A et compléter la figure au fur et à mesure.
2. Quelle est la nature de la transformation s ? Justifier.
3. Déterminer l'écriture complexe de la transformation s.

4\. *a*. Déterminer l'affixe z_B du point B image de A par s.

b. Montrer que $z_B = -3\,\mathrm{i}\,z_A$. Déterminer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{\mathrm{OA}}, \overrightarrow{\mathrm{OB}})$.

5\. Soient M le milieu de [AB] et P l'image de M par s. Montrer que la droite (OP) est perpendiculaire à la droite (AB).

Partie B

1\. On pose C = s(B).Montrer que P est le milieu de [BC].

2\. *a*. Déterminer l'écriture complexe de $s \circ s$ et en déduire sa nature.

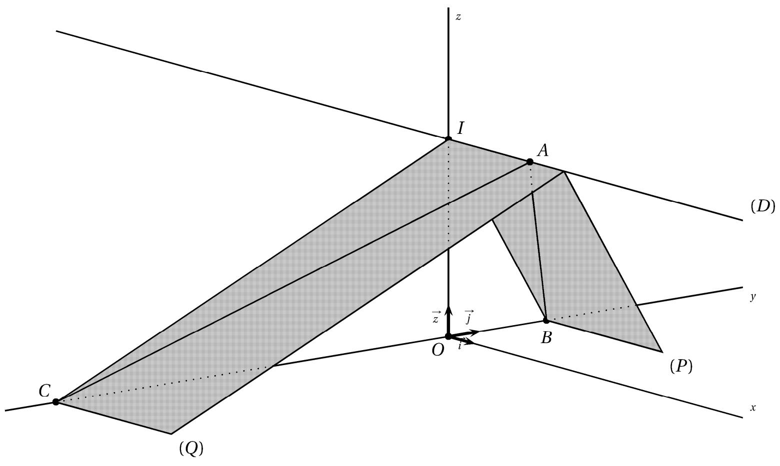
b. Montrer que l'image de la droite (OP) par s est la droite (OM).

c. Que représente le point M pour le triangle OBP ? Justifier.

EXERCICE 3 5 points Commun à tous les candidats

L'espace est rapporté au repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points A(3 ; 0 ; 6) et I(0 ; 0 ; 6), et l'on appelle (D) la droite passant par A et I.
On appelle (P) le plan d'équation $2y + z - 6 = 0$ et (Q) le plan d'équation $y - 2z + 12 = 0$.

1. Démontrer que (P) et (Q) sont perpendiculaires.
2. Démontrer que l'intersection des plans (P) et (Q) est la droite (D).
3. Démontrer que (P) et (Q) coupent l'axe $(O ; \vec{j})$ et déterminer les coordonnées des points B et C, intersections respectives de (P) et (Q) avec l'axe $(O ; \vec{j})$.
4. Démontrer qu'une équation du plan (T) passant par B et de vecteur normal $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ est : $x + 4y + 2z - 12 = 0$.
5. Donner une représentation paramétrique de la droite (OA).
Démontrer que la droite (OA) et le plan (T) sont sécants en un point H dont on déterminera les coordonnées.
6. Que représente le point H pour le triangle ABC? Justifier.



EXERCICE 4 4 points
Commun à tous les candidats

Pour chaque question, une seule des propositions est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro et la lettre de la question ainsi que la valeur correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte aux questions 1 *et* 2 *rapporte 0,5 point et à la question* 3 *rapporte* 1 *point.*
Une réponse inexacte enlève 0,25 point ; l'absence de réponse est comptée 0 *point.*
Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro.

On s'intéresse à deux types de pièces électroniques, P_1 et P_2, qui entrent dans la fabrication d'une boîte de vitesses automatique.
Une seule pièce de type P_1 et une seule pièce de type P_2 sont nécessaires par boîte.
L'usine se fournit auprès de deux sous-traitants et deux seulement S_1 et S_2.
Le sous-traitant S_1 produit 80 % des pièces de type P_1 et 40 % de pièces de type P_2.
Le sous-traitant S_2 produit 20 % des pièces de type P_1 et 60 % de pièces de type P_2.

1. Un employé de l'usine réunit toutes les pièces P_1 et P_2 destinées à être incorporées dans un certain nombre de boîtes de vitesses. Il y a donc autant de pièces de chaque type. Il tire une pièce au hasard.

a. La probabilité que ce soit une pièce P_1 est :

0,8 0,5 0,2 0,4 0,6

b. La probabilité que ce soit une pièce P_1 et qu'elle vienne de S1 est :

0,1 0,2 0,3 0,4 0,5

c. La probabilité qu'elle vienne de S_1 est :

0,2 0,4 0,5 0,6 0,8

2. Il y a 200 pièces au total. Cette fois l'employé tire deux pièces simultanément. On suppose tous les tirages équiprobables.

a. Une valeur approchée à 10^{-4} près de la probabilité que ce soit deux pièces P_1 est :

0,1588 0,2487 0,1683 0,0095

b. Une valeur approchée à 10^{-4} près de la probabilité que ce soit deux pièces P_1 et P_2 est :

0,5000 0,2513 0,5025

c. La probabilité que ce soient deux pièces fabriquées par le même fournisseur est :

$\frac{357}{995}$ $\frac{103}{199}$ $\frac{158}{995}$

3. La durée de vie exprimée en années des pièces P_1 et P_2 suit une loi exponentielle dont le paramètre λ est donné dans le tableau suivant :

λ	P_1	P_2
S_1	0,2	0,25
S_2	0,1	0,125

On rappelle que si X, durée de vie d'une pièce exprimée en années, suit une loi exponentielle de paramètre λ, alors $p(X \leq t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x}\, d\, x$

Une valeur approchée à 10^{-4} près de la probabilité qu'une pièce P_1 fabriquée par S_1 dure moins de 5 ans est :

0,3679 0,6321

CORRECTION

Antilles Guyane juin 2007

EXERCICE 1 6 points Commun à tous les candidats

Question de cours

Pour tout x de $[a\,;\,b]$, $f(x) \geq g(x)$ donc $f(x) - g(x) \geq 0$

f et g sont deux fonctions continues sur un intervalle $[a\,;\,b]$ donc $f - g$ est continue sur $[a\,;\,b]$ donc $\int_a^b [f(t) - g(t)]\,\mathrm{d}t \geq 0$

$\int_a^b [f(t) - g(t)]\,\mathrm{d}t = \int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t - \int_a^b g(t)\,\mathrm{d}t$

et $\int_a^b [f(t) - g(t)]\,\mathrm{d}t \geq 0$ donc $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t - \int_a^b g(t)\,\mathrm{d}t \geq 0$

soit $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t \geq \int_a^b g(t)\,\mathrm{d}t$

Partie A

1. $\int_1^x (2-t)\,\mathrm{d}t = \left[2t - \frac{1}{2}t^2 \right]_1^x = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{3}{2}$

2. pour tout réel t appartenant à l'intervalle $[1\,;+\infty[$, on a : $\frac{1}{t} - (2-t) = \frac{t^2 - 2t + 1}{t} = \frac{(t-1)^2}{t}$ donc $\frac{1}{t} - (2-t) \geq 0$

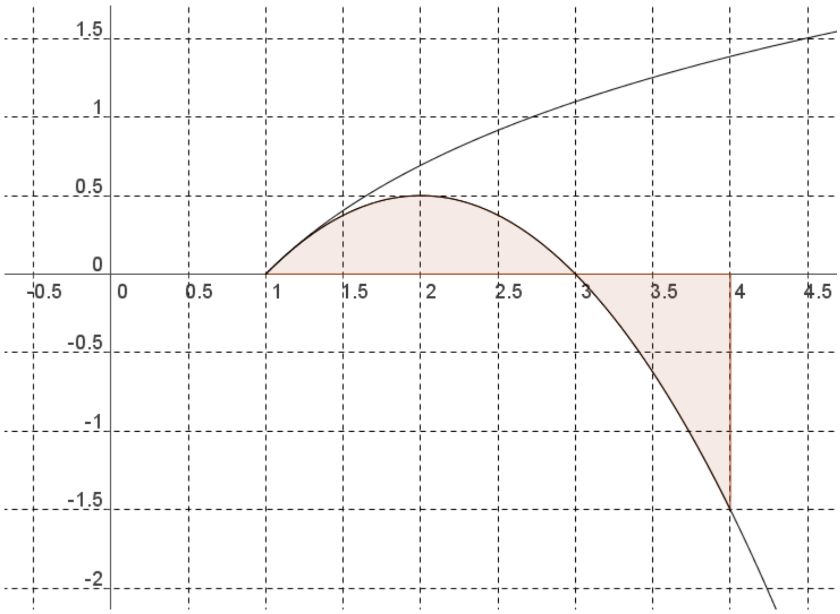
pour tout réel t appartenant à l'intervalle $[1\,;+\infty[$, on a : $2 - t \leq \frac{1}{t}$.

3. pour tout réel t appartenant à l'intervalle $[1\,;+\infty[$, on a : $2 - t \leq \frac{1}{t}$ donc si $x \geq 1$ alors $\int_1^x (2-t)\,\mathrm{d}t \leq \int_1^x \frac{1}{t}\,\mathrm{d}t$ donc pour tout réel x supérieur ou égal à 1, on a : $-\frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{3}{2} \leq \ln x$.

Partie B

1. *a.* $\int_1^4 h(x)\,\mathrm{d}x = \left[-\frac{1}{6}t^3 + t^2 - \frac{3}{2}t \right]_1^4 = -\frac{64}{6} + 16 - 6 - \left(-\frac{1}{6} + 1 - \frac{3}{2} \right) = -\frac{4}{6} - \left(-\frac{4}{6} \right) = 0$

b.



2. pour tout réel x supérieur ou égal à 1, on a : $-\frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{3}{2} \leq \ln x$ donc $A = \int_1^4 [\ln(x) - h(x)]\,\mathrm{d}x$

$A = \int_1^4 \ln(x)\,\mathrm{d}x - \int_1^4 h(x)\,\mathrm{d}x = \int_1^4 \ln(x)\,\mathrm{d}x$.

Soit $\begin{cases} u'(x) = 1 & \text{alors} \quad u(x) = x \\ v(x) = \ln x & \text{alors} \quad v'(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$ donc $A = \int_1^4 \ln(x)\,\mathrm{d}x = [\,x \ln x\,]_1^4 - \int_1^4 x \times \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x = 4\ln 4 - \int_1^4 1\,\mathrm{d}x$

$A = 8\ln 2 - 3$ *u. a.*

EXERCICE 2 5 points **Réservé aux candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité.**

1. *a.* $\bar{z} = x - \mathrm{i}\, y$ donc $\frac{1}{2}(z + \mathrm{i}\,\bar{z}) = \frac{1}{2}[x + \mathrm{i}\, y + \mathrm{i}\,(x - \mathrm{i}\, y)] = \frac{1}{2}(x + y) + \frac{1}{2}\mathrm{i}\,(x + y)$ donc en identifiant les parties réelles et imaginaires : $x' = \frac{1}{2}(x + y)$ et $y' = \frac{1}{2}(x + y)$ donc $x' = y'$

Le point *M* ' *a* des coordonnées égales donc appartient à la droite d'équation $y = x$. O et *A* appartiennent à cette droite donc *M* ' appartient à la droite (O*A*).

b. $M = M' \Leftrightarrow x = x'$ et $y = y' \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}(x + y)$ et $y = \frac{1}{2}(x + y) \Leftrightarrow 2x = x + y$ et $2y = x + y \Leftrightarrow y = x$.

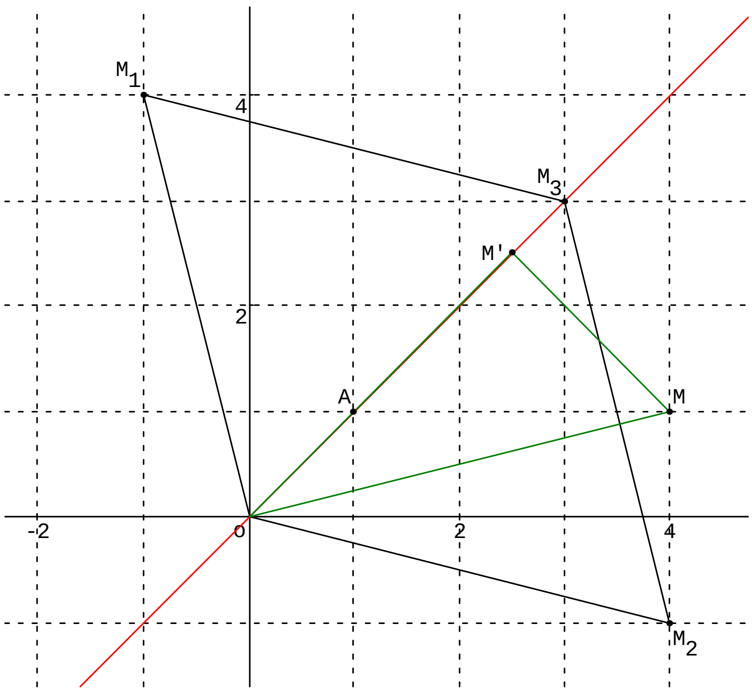
L'ensemble des points *M* du plan tels que *M* = *M* ' est la droite (O*A*).

c. $\overrightarrow{MM'}$ a pour coordonnées $(x' - x\,;\, y' - y)$ soit $\left(\frac{1}{2}(-x + y)\,;\,\frac{1}{2}(x - y)\right)$, $\overrightarrow{MM'}.\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \frac{1}{2}(-x + y) + \frac{1}{2}(x - y) = 0$

Pour tout point *M* du plan les vecteurs $\overrightarrow{MM'}$ et $\overrightarrow{\mathrm{O}A}$ sont orthogonaux.

2. Soit *r* la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$. M_1 est le point d'affixe z_1 image de *M* par *r* ,M_2 le point d'affixe $z_2 = \bar{z}$,M_3 le point d'affixe z_3 tel que le quadrilatère O$M_1 M_3 M_2$ soit un parallélogramme.

a.



b. $z_1 = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{2}} z$, donc $z_1 = \mathrm{i}\, z$; le quadrilatère O$M_1 M_3 M_2$ est un parallélogramme donc $\overrightarrow{M_1 M_3} = \overrightarrow{\mathrm{O}M_2}$ donc $z_3 - z_1 = z_2$ soit $z_3 = \mathrm{i}\, z + \bar{z}$

c. $\mathrm{O}M_1 = |z_1| = |\mathrm{i}\, z| = |z| = \mathrm{O}M$

$\mathrm{O}M_2 = |z_2| = |\bar{z}| = \mathrm{O}M$ donc le parallélogramme O$M_1 M_3 M_2$ *a* deux côtés consécutifs de même longueur, donc est un losange.

d. $z' - z = \frac{1}{2}(z + \mathrm{i}\,\bar{z}) - z = \frac{1}{2}(-z + \mathrm{i}\,\bar{z}) = \frac{1}{2}\mathrm{i}\,(\mathrm{i}\, z + \bar{z}) = \frac{1}{2}\mathrm{i}\, z_3$ donc $|z' - z| = \frac{1}{2}|z_3|$ donc $MM' = \frac{1}{2}\mathrm{O}M$.

3. d'après la question précédente $\mathrm{O}M_1 = \mathrm{O}M = \mathrm{O}M_2$ donc les points *M*, M_1, M_2 appartiennent à un même cercle de centre O de rayon O*M*.

M_3 appartient au cercle de centre O de rayon O*M* si et seulement si $\mathrm{O}M = \mathrm{O}M_2 \Leftrightarrow |z_3| = |z| \Leftrightarrow \mathrm{O}M = 2\,MM'$(d'après la question précédente donc les points *M*, M_1, M_2, M_3 appartiennent à un même cercle de centre O si et seulement si $MM' = \frac{1}{2}\mathrm{O}M$.

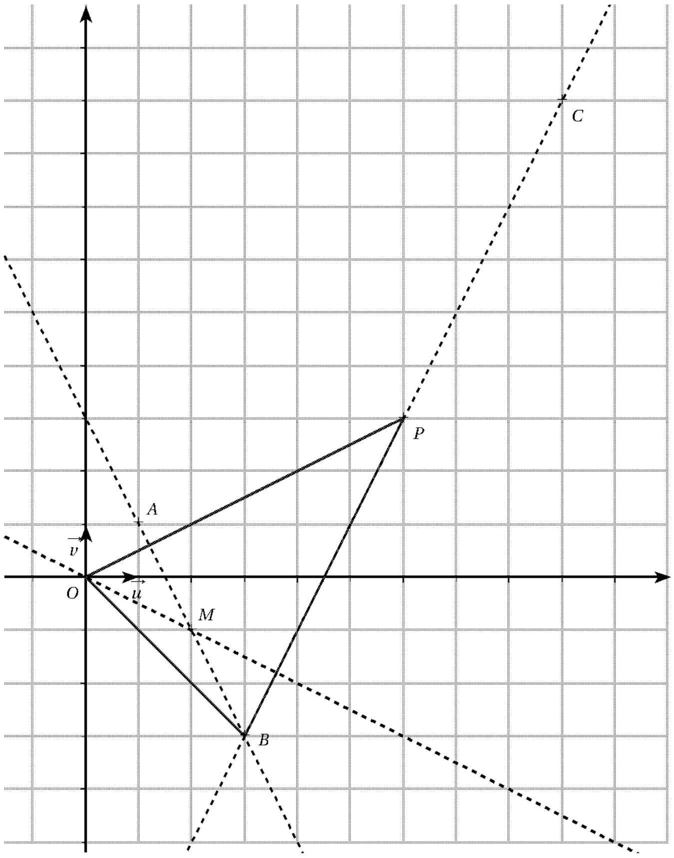
les vecteurs $\overrightarrow{MM'}$ et $\overrightarrow{\mathrm{O}A}$ sont orthogonaux, le point *M* ' appartient à la droite (O*A*) donc le triangle O*MM* ' est rectangle en *M* '.

$MM' = \frac{1}{2}\mathrm{O}M$ donc $\sin \widehat{M'\mathrm{O}M} = \frac{MM'}{\mathrm{O}M} = \frac{1}{2}$ donc l'angle $\widehat{M'\mathrm{O}M}$ a pour mesure $\frac{\pi}{6}$.

EXERCICE 2 5 points Réservé aux candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

1.



2. s est la composée d'une similitude indirecte (S_1) par une similitude directe (h), c'est donc une similitude indirecte.

3. S_1 a pour écriture complexe $z \mapsto \overline{z}$ et h a pour écriture complexe $z \mapsto 3z$.

$s = h \circ S_1$ *a* donc pour écriture complexe $z \mapsto 3\overline{z}$.

4. *a*. $z_B = 3\overline{z_A} = 3(1 - i) = 3 - 3i$.

b. $-3i\, z_A = -3i(1 + i) = -3i - 3i^2 = 3 - 3i = z_B$.

On a alors : $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \arg \dfrac{z_B}{z_A} = \arg(-3i) = -\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

5. M a pour affixe $z_M = \dfrac{z_A + z_B}{2} = 2 - i$

P a pour affixe $z_P = 3\overline{z_M} = 3(2 + i) = 6 + 3i$.

On a $\overrightarrow{OP}(6 ; 3)$ et $\overrightarrow{AB}(2 ; -4)$, donc $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AB} = 6 \times 2 + 3 \times (-4) = 0$, donc la droite (OP) est perpendiculaire à la droite (AB).

Partie B

1. M est le milieu de [AB], et une similitude conserve les milieux, donc s(M) est le milieu de [s(A)s(B)], soit P est le milieu de [BC].

2. *a*. $s \circ s$ a pour écriture complexe : $z' \mapsto 3 \times \overline{3\overline{z}} = 9z$, donc $s \circ s$ est donc l'homothétie de centre O et de rapport 9.

b. s(O) = O et s(P) = $s \circ s$(M) or $s \circ s$ est une homothétie de centre O, donc les points O, M et s(P) sont alignés.
L'image de la droite (OP) par la similitude s est la droite passant par s(O) et s(P) donc par O et M c'est donc la droite (OM).

c. (BM) est perpendiculaire à (OP) d'après la question A 5 donc M appartient donc à la hauteur issue de B dans le triangle OBP.

Une similitude conserve l'orthogonalité donc s((BM)) est perpendiculaire à s((OP)).
s(B) = C et s(M) = P, et s((OP)) = (OM), donc (BP) est perpendiculaire à (OM).
M appartient à la hauteur issue de O dans le triangle OBP.
M est donc l'orthocentre du triangle OBP.

EXERCICE 3 5 points Commun à tous les candidats

1. Le vecteur $\vec{n}$ de coordonnées (0 ; 2 ; 1) est un vecteur normal à (P). Le vecteur $\vec{n'}$ de coordonnées (0 ; 1 ; – 2) est un vecteur normal à (Q) et $\vec{n}\,.\,\vec{n'} = 0 + 2 \times 1 + 1 \times (-2) = 0$

Les vecteurs $\vec{n}$ et $\vec{n'}$ sont orthogonaux donc les plans (P) et (Q) sont perpendiculaires.

2. Les plans (P) et (Q) sont perpendiculaires donc l'intersection des plans (P) et (Q) est une droite d'équations : $\begin{cases} 2\,y + z - 6 = 0 \\ y - 2\,z + 12 = 0 \end{cases}$

Les coordonnées des points A et I vérifient ces deux équations donc l'intersection des plans (P) et (Q) est la droite (D).

3. l'axe $(O\,;\vec{j})$ est l'ensemble des points de coordonnées (0 ; y ; 0) avec y réel.

L'intersection de l'axe $(O\,;\vec{j})$ et du plan P est l'ensemble des points tels que $\begin{cases} 2\,y + z - 6 = 0 \\ x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ soit le point B de coordonnées (0 ; 3 ; 0).

L'intersection de l'axe $(O\,;\vec{j})$ et du plan Q est l'ensemble des points tels que $\begin{cases} y - 2\,z + 12 = 0 \\ x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ soit le point C de coordonnées (0 ; – 12 ; 0).

4. Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ a pour coordonnées (– 3 ; – 12 ; – 6) donc le plan (T) passant par B et de vecteur normal $\overrightarrow{AC}$ est l'ensemble des points M (x ; y ; z) de l'espace tels que $\overrightarrow{AC}\,.\,\overrightarrow{BM} = 0$ soit $-3\,x - 12\,(y-3) - 6\,z = 0$ donc : $x + 4\,(y-3) + 2\,z = 0$ donc une équation du plan (T) passant par B et de vecteur normal $\overrightarrow{AC}$ est : $x + 4\,y + 2\,z - 12 = 0$.

5. Le vecteur $\overrightarrow{OA}$ a pour coordonnées (3 ; 0 ; 6) donc une représentation paramétrique de la droite (OA) est $\begin{cases} x = 3\,t \\ y = 0 \\ z = 6\,t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$.

Le point d'intersection de la droite (OA) et le plan (T) vérifie : $\begin{cases} x = 3\,t \\ y = 0 \\ z = 6\,t \end{cases}$ et $x + 4\,y + 2\,z - 12 = 0$.

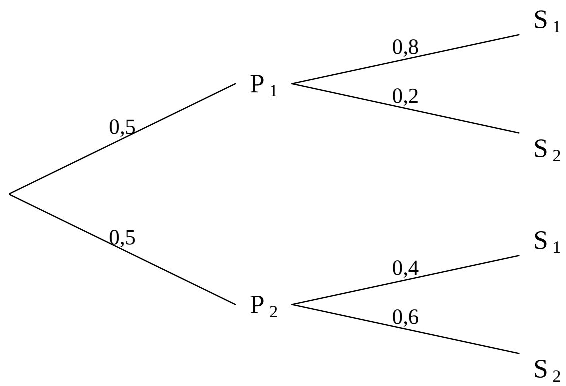
donc $3\,t + 12\,t - 12 = 0$ donc $t = \dfrac{4}{5}$

La droite (OA) et le plan (T) sont sécants en le point H de coordonnées $\left(\dfrac{12}{5}\,;0\,;\dfrac{24}{5}\right)$.

6. Les points B et H appartiennent au plan (T) qui a pour vecteur normal $\overrightarrow{AC}$, donc la droite (BH) est orthogonale à la droite (AC) : le point H appartient à la hauteur issue de B du triangle ABC.

Le vecteur $\overrightarrow{AH}$ a pour coordonnées $\left(\dfrac{-3}{5}\,;0\,;\dfrac{-6}{5}\right)$ et le vecteur $\overrightarrow{BC}$ a pour coordonnées (0 ; – 15 ; 0) donc $\overrightarrow{AH}\,.\,\overrightarrow{BC} = 0$, la droite (AH) est orthogonale à la droite (BC) : le point H appartient à la hauteur issue de A du triangle ABC donc H est l'orthocentre du triangle ABC.

EXERCICE 4 4 points **Commun à tous les candidats**



1. a. Il y a autant de pièces de chaque type donc la probabilité que ce soit une pièce P_1 est : 0,5

b. La probabilité que ce soit une pièce P_1 et qu'elle vienne de S_1 est : $p(P_1 \cap S_1) = 0{,}5 \times 0{,}8 = 0{,}4$

c. La probabilité qu'elle vienne de S_1 est : $p(P_1 \cap S_1) + p(P_2 \cap S_1) = 0{,}5 \times 0{,}8 + 0{,}5 \times 0{,}4 = 0{,}6$

2. Il y a 200 pièces au total. Cette fois l'employé tire deux pièces simultanément. On suppose tous les tirages équiprobables donc le nombre de cas possibles est $\binom{200}{2} = 19\,900$

a. Il y a 100 pièces de chaque sorte donc le nombre de cas favorables est $\binom{100}{2} = 4\,950$ donc la probabilité que ce soit deux pièces P_1 est : $\dfrac{4\,950}{19\,900} \approx 0{,}2487$.

b. le nombre de cas favorables est 100×100 donc la probabilité que ce soit deux pièces l'une P_1 l'autre P_2 est : $\dfrac{10\,000}{19\,900} \approx 0{,}5025$

c. La probabilité qu'une pièce vienne de S_1 est 0,6 donc il y a $200 \times 0{,}6 = 120$ pièces venant de S_1 et $200 - 120 = 80$ pièces venant de S_2.

Le nombre de cas où les deux pièces viennent l'une S_1 l'autre S_2 est $120 \times 80 = 9\,600$ cas donc le nombre de cas où les deux pièces viennent du même fournisseur est $\binom{200}{2} - 9\,600 = 10\,300$.

La probabilité que ce soient deux pièces fabriquées par le même fournisseur est : $\dfrac{10\,300}{19\,900} = \dfrac{103}{199}$.

3. X suit une loi exponentielle de paramètre λ, alors : $p(X \leq t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x}\, dx = \left[-e^{-\lambda x}\right]_0^t = 1 - e^{-\lambda t}$

La durée de vie d'une pièce P_1 fabriquée par S_1 suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}2$ donc $p(X < 5) = 1 - e^{-5\lambda} = 0{,}6321$.