GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

On se place dans un repère orthonormal du plan $\left(O\,;\vec{i},\,\vec{j},\vec{k}\right)$.

I. Équation de plan

Exercice 1 : On considère le point $A\left(0;1;4\right)$ et le vecteur $\vec{n}\left(2;3;-1\right)$.
Déterminer une équation du plan (*P*) qui passe par *A* et qui admet $\vec{n}$ comme vecteur normal.

Exercice 2 : On considère les points $A\left(1;1;0\right)$, $B\left(1;2;1\right)$ et $C\left(3;-1;\,2\right)$.
a) Vérifier que les points *A* , *B* et *C* ne sont pas alignés.
b) Démontrer que le plan (*ABC*) a pour équation cartésienne : $2x+y-z-3=0$.

Exercice 3 : On considère les points $A\left(2\,;1\,;3\right)$, $B\left(-3\,;-1;7\right)$ et $C\left(3;2;4\right)$ et le vecteur $\vec{n}\left(2;-3;1\right)$.
a) Vérifier que $\vec{n}$ est un vecteur normal au plan (*ABC*).
b) Déterminer une équation du plan (*ABC*).

Exercice 4 : Plan médiateur. On rappelle que le plan médiateur du segment $\left[AB\right]$ est le plan qui passe par le milieu du segment $\left[AB\right]$ et qui est perpendiculaire à $\left[AB\right]$.
On considère les points $A\left(-1;2;0\right)$ et $B\left(4;2;\,1\right)$.
Déterminer une équation du plan médiateur du segment $\left[AB\right]$.

II. Représentation paramétrique d'une droite

Exercice 6 :

Soit (*D*) la droite de représentation paramétrique : $\begin{cases} x=-7+2t \\ y=-3t \\ z=4+t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$.

Donner les coordonnées d'un point de (*D*) et celles d'un vecteur directeur de (*D*).

Exercice 7 : Soient $A\left(2;-1;3\right)$ et $B\left(4\,;1\,;\,2\right)$ deux points.
Déterminer une représentation paramétrique de la droite (*AB*).

Exercice 8 :

Soit (*D*) la droite de représentation paramétrique : $\begin{cases} x=t+1 \\ y=-2t \\ z=0,5t+2 \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$.

Le point *A* de coordonnées $\left(1;\,0\,;3\right)$ appartient-il à la droite (*D*) ?
Exercice 9 :
On considère le plan (*P*) d'équation $x-y+z-11=0$ et le point *A* de coordonnées $\left(1;-1\,;3\right)$.
Donner une représentation paramétrique de la droite (*D*) qui passe par *A* et qui est perpendiculaire au plan (*P*).

III. Représentation paramétrique d'un plan

Exercice 10 :
On considère le plan *P* d'équation $x-2y+3z+5=0$.

Démontrer qu'une représentation paramétrique de *P* est : $\begin{cases} x=5t-6t' \\ y=1+t \\ z=-1-t+2t' \end{cases}$ où $\left(t\,;\,t'\right)\in\mathbb{R}^2$

Exercice 11 :
Soit P le plan d'équation $x-3y+2z=0$ et

Q le plan dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x=1+t-2t' \\ y=2-t \\ z=-2t+t' \end{cases}$ où $(t\ ;t')\in\mathbb{R}^2$

Démontrer que les plans P et Q sont parallèles.

Exercice 12 :

Soit P le plan dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x=1-t+2t' \\ y=2+t-t' \\ z=-1-3t+t' \end{cases}$ où $(t\ ;t')\in\mathbb{R}^2$

et D la droite dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x=1+5k \\ y=3+k \\ z=5k \end{cases}$ où $k\in\mathbb{R}$.

Etudier la position du plan P et de la droite D.

IV. Problèmes d'intersection

Une droite et un plan

Exercice 13 :
Déterminer l'intersection de la droite (D) et du plan (P) après avoir étudié leur parallélisme.
a) (P) est le plan d'équation $2x-y+5z-1=0$

et (D) la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x=3t-1 \\ y=t-2 \\ z=-t+3 \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

b) (P) est le plan d'équation $x+y+z-1=0$

et (D) la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-1+t \\ z=-3t+2 \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

c) (P) est le plan d'équation $2x-3y+z=0$

et (D) la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x=2+t \\ y=2+t \\ z=2+t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Exercice 14 : On considère le plan (P) d'équation $2x+3y-z+6=0$

et la droite (D) de représentation paramétrique $\begin{cases} x=-1-t \\ y=-\dfrac{3}{2}t \\ z=-3+\dfrac{1}{2}t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Montrer que la droite (D) est perpendiculaire au plan (P).

*Exercice 15 :
Soit (P) le plan d'équation $2x+y-3z+1=0$ et A le point de coordonnées $(1;\,4\,;7)$.
Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal de A sur (P).
Indication : H est l'intersection de (P) et de la droite passant par A, orthogonale à (P).

Exercice 16 : Le plan (P) a pour équation $2x-y+3z-5=0$.
Déterminer une équation du plan (P') parallèle à (P) et passant par le point $A(-1;2;5)$.