Partie A

On considère l'algorithme suivant :

Variables :	a est un entier naturel
	b est un entier naturel
	c est un entier naturel
Initialisation :	Affecter à c la valeur 0
	Demander la valeur de a
	Demander la valeur de b
Traitement :	Tant que $a > b$
	│ Affecter à c la valeur $c + 1$
	│ Affecter à a la valeur $a - b$
	Fin de tant que
Sortie :	Afficher c
	Afficher a

1. Faire fonctionner cet algorithme avec $a = 13$ et $b = 4$ en indiquant les valeurs des variables à chaque étape.
2. Que permet de calculer cet algorithme ?

Partie B

À chaque lettre de l'alphabet, on associe, grâce au tableau ci-dessous, un nombre entier compris entre 0 et 25.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

On définit un procédé de codage de la façon suivante :

Étape 1 : À la lettre que l'on veut coder, on associe le nombre m correspondant dans le tableau.

Étape 2 : On calcule le reste de la division euclidienne de $9\,m + 5$ par 26 et on le note p.

Étape 3 : Au nombre p, on associe la lettre correspondante dans le tableau.

1. Coder la lettre U.
2. Modifier l'algorithme de la partie A pour qu'à une valeur de m entrée par l'utilisateur, il affiche la valeur de p, calculée à l'aide du procédé de codage précédent.

Partie C

1. Trouver un nombre entier x tel que $9\,x \equiv 1\ [26]$.
2. Démontrer alors l'équivalence : $9\,m + 5 \equiv p\ [26] \Leftrightarrow m = 3\,p - 15\ [26]$.
3. Décoder alors la lettre B.

CORRECTION

Partie A

1. $b = 4$

a	13	9	5	1
c	0	1	2	3

($a < b$) l'algorithme s'arrête, et affiche $c = 3$ et $a = 1$

2. L'algorithme permet de calculer le reste (affichage a) et le quotient (affichage c) de la division euclidienne de a par $\boldsymbol{b}$.

Partie B

1. Etape 1 : U $\rightarrow$ 20 donc $m = 20$

$9\,m + 5 = 9 \times 20 + 5 = 185$ On divise 185 par 26 : $185 = 26 \times 7 + 3$

Etape 2 : $p = 3$

Etape 3 : 3 $\rightarrow$ D donc U est codé par D.

2.

Variables :	m est un entier naturel
	b est un entier naturel
	c est un entier naturel
Initialisation :	Affecter à c la valeur 0
	Affecter à b la valeur 26
	Demander la valeur de m
	Affecter à m la valeur $9{*}m + 5$
Traitement :	Tant que $m > b$
	│ Affecter à c la valeur $c + 1$
	│ Affecter à m la valeur $m - b$
	Fin de tant que
Sortie :	Afficher c

Partie C

1. $9 \times 3 = 27$ et $27 \equiv 1$ [26] donc $9 \times 3 \equiv 1$ [26] donc $x = 3$ vérifie $9\,x \equiv 1$ [26]

2. $9\,m + 5 \equiv p$ [26],

26 et 3 sont premiers entre eux donc 26 divise $9\,m + 5 - p \Leftrightarrow$ 26 divise $3\,(9\,m + 5 - p)$ (théorème de Gauss) $\Leftrightarrow 27\,m + 15 - 3\,p \equiv 0$ [26] $\Leftrightarrow m = 3\,p - 15$ [26].

3. B $\rightarrow$ 1 donc $p = 1$ donc $m \equiv 3 \times 1 - 15$ [26] soit $m \equiv -12$ [26]

$m \equiv -12 + 26$ [26] soit $m \equiv 14$ [26] or $0 \leq m \leq 25$ donc $m = 14$

14 $\rightarrow$ O donc la lettre B correspond à la lettre O