

## Chronique 17

# Représentation de domaines

### 17.1 Principe

Dans de nombreux problèmes d'analyse, on demande de représenter un domaine défini par une courbe représentant une fonction, l'axe des abscisses et deux droites verticales.

On peut aussi demander une aire d'un domaine situé entre deux courbes.

Il y a plusieurs méthodes pour dessiner ces domaines : en voici une, simple et efficace.

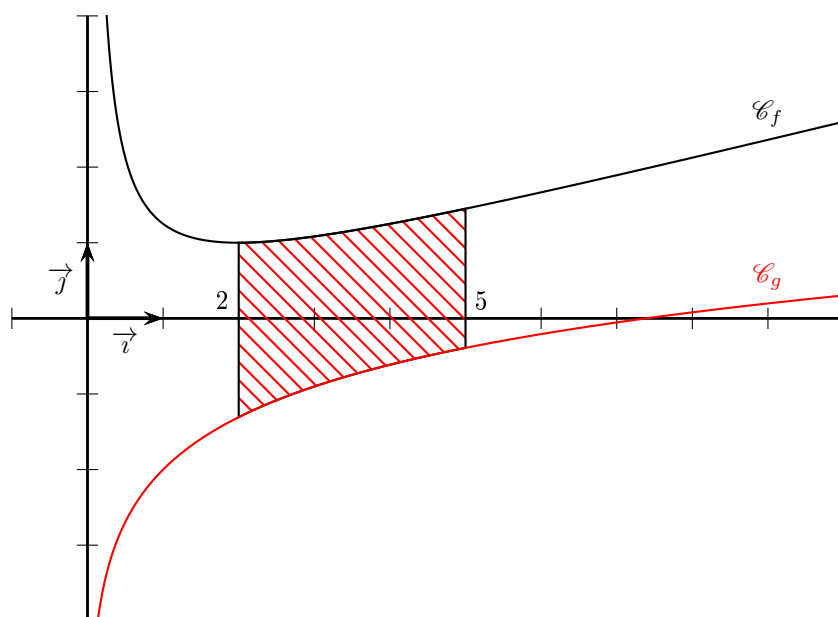
Si on sait représenter un domaine situé entre deux courbes, on saura représenter un domaine situé entre une courbe et l'axe des abscisses : il suffira de considérer cet axe des abscisses comme la courbe représentant la fonction nulle.

### 17.2 Entre deux courbes

Soient les fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{x}{4} + \frac{1}{x}$  et  $g(x) = \ln(x) - 2$ .

On appelle  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  leurs courbes représentatives dans un repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  du plan.

On veut représenter le domaine situé entre les deux courbes et les deux droites verticales d'équations  $x = 2$  et  $x = 5$ .



Cet exemple sert de base aux autres exemples.

On utilise un certain nombre de variables :

- `\xmin`, `\ymin`, `\xmax`, `\ymax` qui définissent le rectangle de travail utilisé par `\pspicture` ;
- `\f` et `\g` qui sont les expressions des deux fonctions, en notation postfixée ici (mais on peut aussi les entrer en mode algébrique en utilisant l'option `algebraic=true`) ;
- `\inf` et `\sup` sont les abscisses des points d'intersection de l'axe des abscisses avec les droites verticales qui délimitent le domaine.

Après avoir affecté ces variables, on trace le domaine avec `\pscustom` qui se termine presque invariablement par `\closepath` pour fermer le domaine.

Enfin, on trace les deux courbes et on écrit leurs noms.

On peut augmenter un peu la taille des flèches en modifiant la variable `arrowscale`.

Voici le code de cette figure :

```
\psset{unit=1cm,arrowscale=1.3}
\def\xmin{-1} \def\xmax{10}
\def\ymin{-4} \def\ymax{4}

\begin{pspicture*}(\xmin,\ymin)(\xmax,\ymax)
\psaxes[labels=none](0,0)(\xmin,\ymin)(\xmax,\ymax)% axes
\psaxes[linewidth=1.25pt]{->}(0,0)(1,1)% vecteurs unitaires
\uput[d](0.5,0){$\v{\imath}$}
\uput[l](0,0.5){$\v{\jmath}$}

%% on définit les deux fonctions
\def\f{x 4 div 1 x div add}
\def\g{x ln 2 sub}

%% on hachure le domaine
\pscustom[fillstyle=vlines,hatchcolor=red]
{
\def\inf{2} \def\sup{5}% définition des bornes
\psset{plotpoints=2000}% pour les tracés
\psplot{\inf}{\sup}{\f}
\psplot{\sup}{\inf}{\g}
\closepath% pour tracer le deuxième trait vertical
}

%% on trace les deux courbes
\psplot[plotpoints=2000]{0.001}{\xmax}{\f}
\psplot[plotpoints=2000,linecolor=red]{0.001}{\xmax}{\g}

%% et on écrit leurs noms
\uput[u](9,2.36){$\mathscr C_f$}
\uput[u](9,0.2){$\red \mathscr C_g$}

\uput[ul](2,0){2}
\uput[ur](5,0){5}

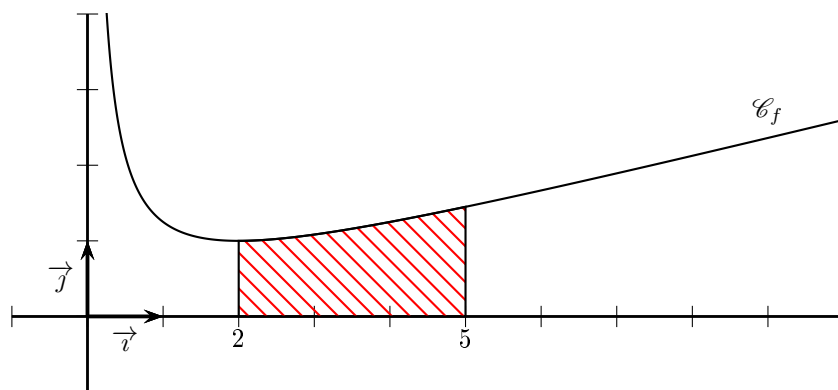
\end{pspicture*}
```

### 17.3 En dessous d'une courbe

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{x}{4} + \frac{1}{x}$ .

On appelle  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans un repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  du plan.

On veut représenter le domaine situé entre la courbe  $\mathcal{C}_f$ , l'axe des abscisses et les deux droites verticales d'équations  $x = 2$  et  $x = 5$ .



On se contentera, à la place de la fonction  $g$ , de prendre la fonction nulle.

```

\psset{unit=1cm,arrowscale=1.3}
\def\xmin{-1} \def\xmax{10} \def\ymin{-1} \def\ymax{4}
\begin{pspicture*}(\xmin,\ymin)(\xmax,\ymax)
\psaxes[labels=none](0,0)(\xmin,\ymin)(\xmax,\ymax)
\psaxes[linewidth=1.25pt]{->}(0,0)(1,1)
\uput[d](0.5,0){\v{\imath}}
\uput[l](0,0.5){\v{\jmath}}

%% on définit la fonction f
\def\f{x 4 div 1 x div add}

%% on hachure le domaine
\pscustom[fillstyle=vlines,hatchcolor=red]
{
\def\inf{2} \def\sup{5}%   définition des bornes
\psset{plotpoints=2000}%  pour les tracés
\psplot{\inf}{\sup}{\f}
\psplot{\sup}{\inf}{0}%   fonction nulle ici
\closepath%   pour tracer le deuxième trait vertical
}

%% on trace la courbe
\psplot[plotpoints=2000]{0.001}{\xmax}{\f}

%% et on écrit son nom
\uput[u](9,2.36){\mathscr C_f}

\uput[d](2,0){2} \uput[d](5,0){5}

\end{pspicture*}

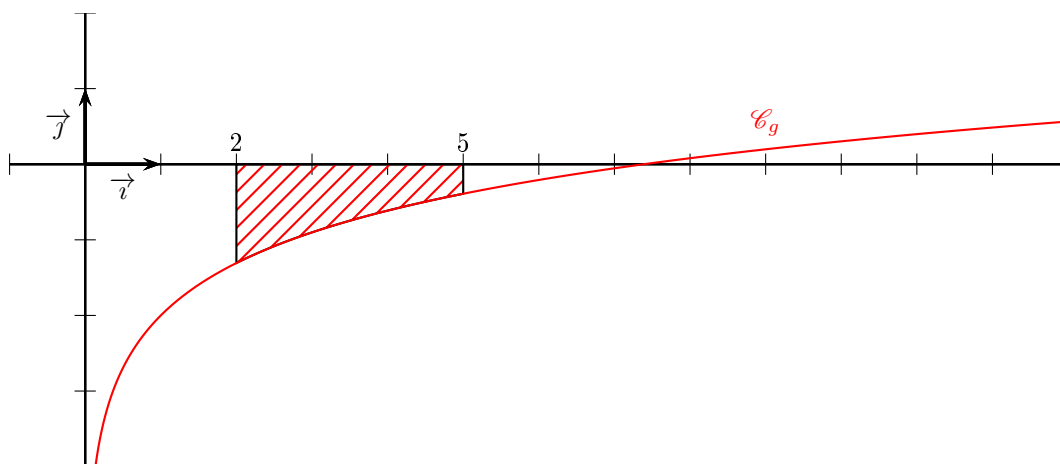
```

## 17.4 Au dessus d'une courbe

Soit  $g$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $g(x) = \ln(x) - 2$ .

On appelle  $\mathcal{C}_g$  sa courbe représentative dans un repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

On veut représenter le domaine situé entre la courbe  $\mathcal{C}_g$ , l'axe des abscisses et les deux droites verticales d'équations  $x = 2$  et  $x = 5$ .



Cette fois-ci, c'est la fonction  $f$  que l'on remplacera par la fonction nulle.

```

\psset{unit=1cm,arrowscale=1.2}
\def\xmin{-1} \def\xmax{13} \def\ymin{-4} \def\ymax{2}
\begin{pspicture*}(\xmin,\ymin)(\xmax,\ymax)
\psaxes[labels=none](0,0)(\xmin,\ymin)(\xmax,\ymax)
\psaxes[linewidth=1.25pt]{->}(0,0)(1,1)
\uput[d](0.5,0){$\v{\imath}$}\uput[l](0,0.5){$\v{\jmath}$}

%% on définit la fonction g
\def\g{x ln 2 sub}

%% on hachure le domaine
\pscustom[fillstyle=vlines,hatchcolor=red,hatchangle=-45]
{
\def\inf{2} \def\sup{5}% définition des bornes
\psset{plotpoints=2000}% pour les tracés
\psplot{\inf}{\sup}{0}% fonction nulle
\psplot{\sup}{\inf}{\g}
\closepath% pour tracer le deuxième trait vertical
}

%% on trace la courbe
\psplot[plotpoints=2000,linecolor=red]{0.001}{\xmax}{\g}

%% et on écrit son nom
\uput[u](9,0.2){$\red \mathscr C_g$}

\uput[u](2,0){2} \uput[u](5,0){5}

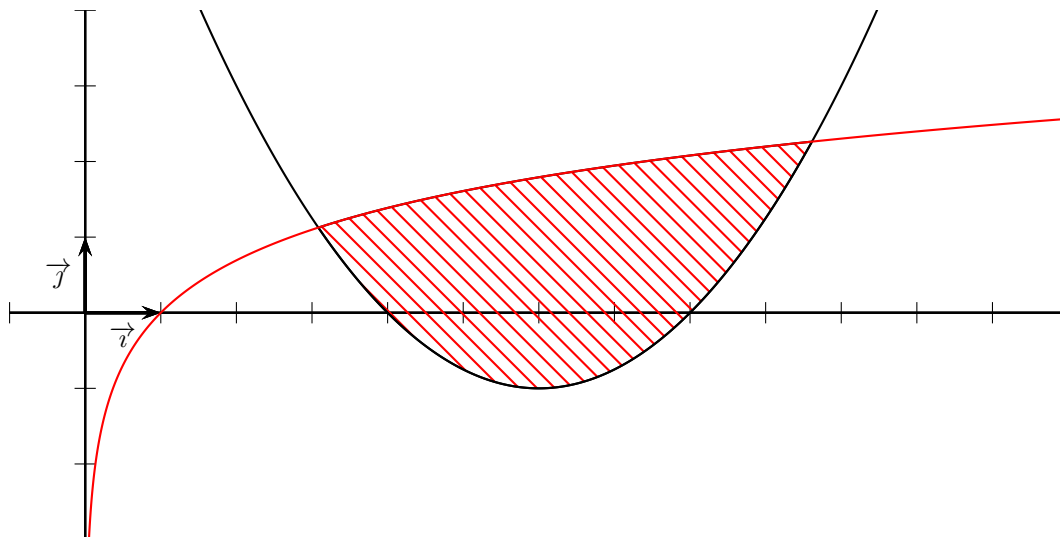
\end{pspicture*}

```

## 17.5 Autre exemple

Quand deux courbes ont deux points d'intersection, on peut dessiner le domaine délimité par ces deux courbes entre leurs points d'intersection.

Soient les fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{(x-4)(x-8)}{4}$  et  $g(x) = \ln(x)$ .



Il faut connaître les abscisses des points d'intersection pour réaliser une telle figure ; voici le cœur du code :

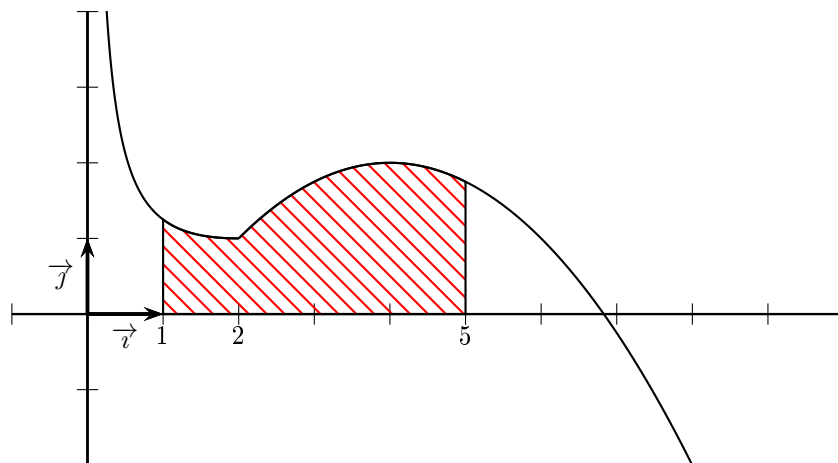
```
%%% on définit les deux fonctions
\def\f{x x 12 sub mul 32 add 4 div}
\def\g{x ln}
%%% on hachure le domaine
\pscustom[fillstyle=vlines,hatchcolor=red]
{
\def\inf{3.08374} \def\sup{9.6128}% définition des bornes
\psset{plotpoints=2000}% pour les tracés
\psplot{\inf}{\sup}{\f}
\psplot{\sup}{\inf}{\g}
\closepath% dont on peut se passer ici
}
%%% on trace les deux courbes
\psplot[plotpoints=2000]{0.001}{\xmax}{\f}
\psplot[plotpoints=2000,linecolor=red]{0.001}{\xmax}{\g}
```

## 17.6 Fonction définie par morceaux

Quand on a une fonction définie par morceaux, il faut court-circuiter le `\closepath` pour éviter de tracer un segment disgracieux entre les deux domaines ; on comprend mieux ainsi le rôle de `\closepath`.

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty]$  par  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{1}{x} & \text{si } x \in ]0; 2] \\ -\frac{x^2}{4} + 2x - 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

On appelle  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans un repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  du plan.  
 On veut représenter le domaine situé entre la courbe, l'axe des abscisses, et les deux droites verticales d'équations  $x = 1$  et  $x = 5$ .



Voici la partie intéressante du code :

```

%% on définit les morceaux de fonctions
\def\fg{x 4 div 1 x div add}
\def\fd{x x -4 div 2 add mul 2 sub}
%% on hachure le domaine sous le premier morceau
\pscustom[fillstyle=vlines,hatchcolor=red]
{
\def\inf{1} \def\sup{2}% définition des bornes
\psset{plotpoints=2000}% pour les tracés
\psplot{\sup}{\inf}{\fg}% on part de \sup pour arriver à \inf
\psplot{\inf}{\sup}{0}
%\closepath% on ne referme par le domaine
}
%% on hachure le domaine sous le second morceau
\pscustom[fillstyle=vlines,hatchcolor=red]
{
\def\inf{2} \def\sup{5}% définition des bornes
\psset{plotpoints=2000}% pour les tracés
\psplot{\inf}{\sup}{\fd}
\psplot{\sup}{\inf}{0}
%\closepath% on ne referme pas non plus le second domaine
}
%% on trace les deux morceaux de courbes
\psplot[plotpoints=2000]{0.001}{2}{\fg}
\psplot[plotpoints=2000]{2}{\xmax}{\fd}
\uput[d](1,0){1} \uput[d](2,0){2} \uput[d](5,0){5}
    
```

Il faut remarquer que le premier domaine est dessiné de droite à gauche ( $\backslash\sup$  avant  $\backslash\inf$ ), tandis que le second l'est de gauche à droite.