

Polynésie juin 2014

EXERCICE 1 (5 points)

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points $A(5; -5; 2)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(0; 1; 2)$ et $D(6; 6; -1)$.

1. Déterminer la nature du triangle BCD et calculer son aire.

2. a. Montrer que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (BCD) .

b. Déterminer une équation cartésienne du plan (BCD) .

3. Déterminer une représentation paramétrique de la droite D orthogonale au plan (BCD) et passant par le point A .

4. Déterminer les coordonnées du point H , intersection de la droite D et du plan (BCD) .

5. Déterminer le volume du tétraèdre $ABCD$.

On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par la formule $V = \frac{1}{3} B h$, où B est l'aire d'une base du tétraèdre et h la hauteur correspondante.

6. On admet que $AB = \sqrt{76}$ et $AC = \sqrt{61}$

Déterminer une valeur approchée au dixième de degré près de l'angle \widehat{BAC} .

EXERCICE 2 (5 points) Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans cet exercice, on appelle numéro du jour de naissance le rang de ce jour dans le mois et numéro du mois de naissance, le rang du mois dans l'année.

Par exemple, pour une personne née le 14 mai, le numéro du jour de naissance est 14 et le numéro du mois de naissance est 5.

Partie A

Lors d'une représentation, un magicien demande aux spectateurs d'effectuer le programme de calcul (A) suivant :

« Prenez le numéro de votre jour de naissance et multipliez-le par 12. Prenez le numéro de votre mois de naissance et multipliez-le par 37. Ajoutez les deux nombres obtenus. Je pourrai alors vous donner la date de votre anniversaire ».

Un spectateur annonce 308 et en quelques secondes, le magicien déclare : « Votre anniversaire tombe le 1^{er} août ! »

1. Vérifier que pour une personne née le 1^{er} août, le programme de calcul (A) donne effectivement le nombre 308.

2. a. Pour un spectateur donné, on note j le numéro de son jour de naissance, m celui de son mois de naissance et z le résultat obtenu en appliquant le programme de calcul (A).

Exprimer z en fonction de j et de m et démontrer que z et m sont congrus modulo 12.

b. Retrouver alors la date de l'anniversaire d'un spectateur ayant obtenu le nombre 474 en appliquant le programme de calcul (A).

Partie B

Lors d'une autre représentation, le magicien décide de changer son programme de calcul. Pour un spectateur dont le numéro du jour de naissance est j et le numéro du mois de naissance est m , le magicien demande de calculer le nombre z défini par $z = 12j + 31m$.

Dans les questions suivantes, on étudie différentes méthodes permettant de retrouver la date d'anniversaire du spectateur.

1. Première méthode:

On considère l'algorithme suivant :

Variables :	: j et m sont des entiers naturels
Traitement :	Pour m allant de 1 à 12 faire : Pour j allant de 1 à 31 faire : z prend la valeur $12j + 31m$ Afficher z Fin Pour Fin Pour

Modifier cet algorithme afin qu'il affiche toutes les valeurs de j et de m telles que $12j + 31m = 503$.

2. Deuxième méthode :

a. Démontrer que $7m$ et z ont le même reste dans la division euclidienne par 12.

b. Pour m variant de 1 à 12, donner le reste de la division euclidienne de $7m$ par 12.

c. En déduire la date de l'anniversaire d'un spectateur ayant obtenu le nombre 503 avec le programme de calcul (B).

3. Troisième méthode:

a. Démontrer que le couple $(-2; 17)$ est solution de l'équation $12x + 31y = 503$.

b. En déduire que si un couple d'entiers relatifs $(x; y)$ est solution de l'équation $12x + 31y = 503$, alors $12(x + 2) = 31(17 - y)$.

c. Déterminer l'ensemble de tous les couples d'entiers relatifs $(x; y)$, solutions de l'équation $12x + 31y = 503$.

d. Démontrer qu'il existe un unique couple d'entiers relatifs $(x; y)$ tel que $1 \leq y \leq 12$. En déduire la date d'anniversaire d'un spectateur ayant obtenu le nombre 503 avec le programme de calcul (B).

EXERCICE 2 (5 points) Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + 2n + 2$.

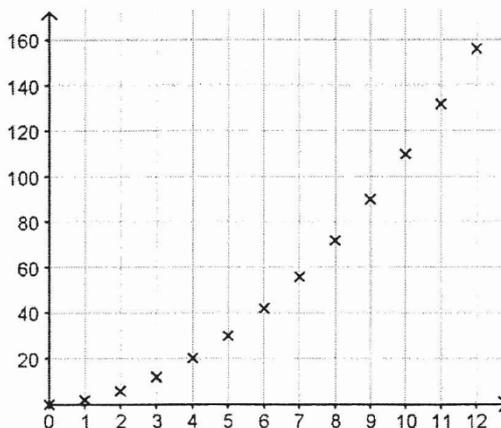
- Calculer u_1 et u_2 .
- On considère les deux algorithmes suivants :

Algorithme 1	Algorithme 2
Variables : n est un entier naturel u est un réel	Variables : n est un entier naturel u est un réel
Entrée : Saisir la valeur de n	Entrée : Saisir la valeur de n
Traitement : u prend la valeur 0 Pour i allant de 1 à n : u prend la valeur $u + 2i + 2$ Fin Pour	Traitement : u prend la valeur 0 Pour i allant de 2 à $n - 1$: u prend la valeur $u + 2i + 2$ Fin Pour
Sortie : Afficher u	Sortie : Afficher u

De ces deux algorithmes, lequel permet d'afficher en sortie la valeur de u_n la valeur de l'entier naturel n étant entrée par l'utilisateur ?

- À l'aide de l'algorithme, on a obtenu le tableau et le nuage de points ci-dessous où n figure en abscisse et u_n en ordonnée.

n	u_n
0	0
1	2
2	6
3	12
4	20
5	30
6	42
7	56
8	72
9	90
10	110
11	132
12	156



- Quelle conjecture peut-on faire quant au sens de variation de la suite (u_n) ? Démontrer cette conjecture.
- La forme parabolique du nuage de points amène à conjecturer l'existence de trois réels a , b et c tels que, pour tout entier naturel n , $u_n = an^2 + bn + c$.

Dans le cadre de cette conjecture, trouver les valeurs de a , b et c à l'aide des informations fournies.

- On définit, pour tout entier naturel n , la suite (v_n) par : $v_n = u_{n+1} - u_n$.

- Exprimer v_n en fonction de l'entier naturel n . Quelle est la nature de la suite (v_n) ?

- On définit, pour tout entier naturel n , $S_n = \sum_{k=0}^n v_k = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

Démontrer que, pour tout entier naturel n , $S_n = (n+1)(n+2)$.

- Démontrer que, pour tout entier naturel n , $S_n = u_{n+1} - u_0$, puis exprimer u_n en fonction de n .

EXERCICE 3 (5 points)

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.

Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

- Zoé se rend à son travail à pied ou en voiture. Là où elle habite, il pleut un jour sur quatre.

Lorsqu'il pleut, Zoé se rend en voiture à son travail dans 80 % des cas.

Lorsqu'il ne pleut pas, elle se rend à pied à son travail avec une probabilité égale à 0,6.

Affirmation n° 1 : « Zoé utilise la voiture un jour sur deux. »

- Dans l'ensemble E des issues d'une expérience aléatoire, on considère deux événements A et B .

Affirmation n° 2 : « Si A et B sont indépendants, alors A et \bar{B} sont aussi indépendants. »

- On modélise le temps d'attente, exprimé en minutes, à un guichet, par une variable aléatoire T qui suit la loi exponentielle de paramètre 0,7.

Affirmation n° 3 : « La probabilité qu'un client attende au moins cinq minutes à ce guichet est 0,7 environ. »

Affirmation n° 4 : « Le temps d'attente moyen à ce guichet est de sept minutes. »

- On sait que 39 % de la population française est du groupe sanguin A+.

On cherche à savoir si cette proportion est la même parmi les donneurs de sang. On interroge 183 donneurs de sang et parmi eux, 34 % sont du groupe sanguin A+.

Affirmation n° 5 : « On ne peut pas rejeter, au seuil de 5 %, l'hypothèse selon laquelle la proportion de personnes du groupe sanguin A+ parmi les donneurs de sang est de 39 % comme dans l'ensemble de la population. »

EXERCICE 4 (5 points)

Soient f et g les fonctions définies sur \mathbb{R} par $f(x) = e^x$ et $g(x) = 2e^{x/2} - 1$.

On note C_f et C_g les courbes représentatives des fonctions f et g dans un repère orthogonal.

1. Démontrer que les courbes C_f et C_g ont un point commun d'abscisse 0 et qu'en ce point, elles ont la même tangente Δ dont on déterminera une équation.

2. Étude de la position relative de la courbe C_g et de la droite Δ .

Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par $h(x) = 2e^{x/2} - x - 2$.

a. Déterminer la limite de la fonction h en $-\infty$.

b. Justifier que, pour tout réel x , $h(x) = x \left(\frac{e^{x/2}}{x/2} - 1 - \frac{2}{x} \right)$

En déduire la limite de la fonction h en $+\infty$.

c. On note h' la fonction dérivée de la fonction h sur \mathbb{R} .

Pour tout réel x , calculer $h'(x)$ et étudier le signe de $h'(x)$ suivant les valeurs de x .

d. Dresser le tableau de variations de la fonction h sur \mathbb{R} .

e. En déduire que, pour tout réel x , $2e^{x/2} - 1 \geq x + 1$.

f. Que peut-on en déduire quant à la position relative de la courbe C_g et de la droite Δ ?

3. Étude de la position relative des courbes C_f et C_g .

a. Pour tout réel x , développer l'expression $(e^{x/2} - 1)^2$.

b. Déterminer la position relative des courbes C_f et C_g .

4. Calculer, en unité d'aire, l'aire du domaine compris entre les courbes C_f et C_g et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$.

CORRECTION**EXERCICE 1 (5 points)**

1. $\overline{BC} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\overline{CD} \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\overline{BD} \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$ donc $BC^2 = 1^2 + 2^2 = 5$

$CD^2 = 6^2 + 5^2 + (-3)^2 = 70$ et $BD^2 = 7^2 + 5^2 + (-1)^2 = 75$

$BD^2 = CD^2 + BC^2$ donc le triangle BCD est rectangle en C .

Le triangle BCD est rectangle en C donc son aire est égale à $\frac{1}{2} CB \times CD$ soit $\frac{1}{2} \sqrt{70} \times \sqrt{5} = \frac{5}{2} \sqrt{14}$.

2. a. $\vec{n} \cdot \overline{BC} = -2 + 2 = 0$ et $\vec{n} \cdot \overline{CD} = -12 + 15 - 3 = 0$

Les vecteurs \overline{BC} et \overline{CD} sont non colinéaires donc le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (BCD) .

b. Le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (BCD) donc une équation du plan (BCD) est de la forme :

$$-2x + 3y + z + d = 0$$

B est un point du plan (BCD) donc $-2x_B + 3y_B + z_B + d = 0$ soit $2 + 3 + d = 0$ donc $d = -5$

Une équation cartésienne du plan (BCD) est $-2x + 3y + z - 5 = 0$

3. La droite D orthogonale au plan (BCD) et passant par le point A a pour vecteur directeur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et D est l'ensemble des

points $M(x; y; z)$ tels que $\overline{AM} = k \vec{n}$ ($k \in \mathbb{R}$) donc cette droite a pour représentation paramétrique $\begin{cases} x = -2k + 5 \\ y = 3k - 5 \\ z = k + 2 \end{cases}, k \in \mathbb{R}$.

4. H est le point intersection de la droite D et du plan (BCD) donc ses coordonnées vérifient $\begin{cases} x = -2k + 5 \\ y = 3k - 5 \\ z = k + 2 \end{cases}$ et $-2x + 3y + z - 5 = 0$

$-2(-2k + 5) + 3(3k - 5) + k + 2 - 5 = 0$ soit $14k - 28 = 0$ donc $k = 2$

Les coordonnées du point H sont $(1; 1; 4)$

5. H est le point intersection de la droite D et du plan (BCD) donc (AH) la hauteur issue de A du tétraèdre $ABCD$.

\overline{AH} a pour coordonnées $(-4; 6; 2)$ donc $h = AH = \sqrt{16 + 36 + 4} = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$

$\mathbf{B} = \frac{5}{2}\sqrt{14}$, et $h = 2\sqrt{14}$ donc $V = \frac{1}{3} \mathbf{B} h = \frac{1}{3} \times \frac{5}{2}\sqrt{14} \times 2\sqrt{14} = \frac{5}{3} \times 14 = \frac{70}{3}$. Le volume du tétraèdre $ABCD$ est égal à $\frac{70}{3}$ u. v..

6. $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = AB \times AC \cos \widehat{BAC} = \sqrt{76} \times \sqrt{61} \cos \widehat{BAC}$

$\overline{AB} \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\overline{AC} \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ donc $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 30 + 36 + 0 = 66$

$\cos \widehat{BAC} = \frac{66}{\sqrt{76} \times \sqrt{61}}$ donc une valeur approchée au dixième de degré près de l'angle \widehat{BAC} est $\widehat{BAC} \approx 14,2^\circ$

EXERCICE 2 (5 points) Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

1. Pour une personne née le 1^{er} août, le numéro du jour de naissance est 1 et le numéro du mois de naissance est 8. Pour une personne née le 1^{er} août, le programme de calcul (A) donne le nombre $1 \times 12 + 37 \times 8 = 308$

2. a. $z = 12j + 37m$ donc $z \equiv 37m$ modulo 12 or $12 \equiv 0$ modulo 12 et $37 = 12 \times 3 + 1$ donc $37 \equiv 1$ modulo 12 donc $z \equiv m$ modulo 12

b. $474 = 12j + 37m$, $474 \equiv 6$ modulo 12 donc $m \equiv 6$ modulo 12, le spectateur est né en juin. $474 = 12j + 37 \times 6$ donc $12j = 252$ soit $j = 21$ donc le spectateur est né le 21 juin.

Partie B

1. **Première méthode:**

Variables :	: j et m sont des entiers naturels
Traitement :	Pour m allant de 1 à 12 faire : Pour j allant de 1 à 31 faire : z prend la valeur $12j + 31m$ Si $z = 503$ Afficher j Afficher m Fin Si Fin Pour Fin Pour

2. **Deuxième méthode :**

a. $z = 12j + 31m$ donc $z - 7m = 12j + 24m$ donc $z - 7m \equiv 0$ modulo 12 donc $z \equiv 7m$ modulo 12. $7m$ et z ont le même reste dans la division euclidienne par 12.

b.

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
reste de la division euclidienne de $7m$ par 12	7	2	9	4	11	6	1	8	3	10	5	0

c. $503 = 12 \times 41 + 11$ donc $503 \equiv 11$ modulo 12 donc $7m \equiv 11$ modulo 12. m est un mois donc $1 \leq m \leq 12$ donc par lecture inverse du tableau précédent $m = 5$

$503 = 12j + 31m$ donc $12j = 503 - 31 \times 5 = 348$ donc $j = 29$.

Le spectateur est né le 29 mai.

3. **Troisième méthode:**

a. $12 \times (-2) + 31 \times 17 = -24 + 527 = 503$ donc le couple $(-2; 17)$ est solution de l'équation $12x + 31y = 503$.

b. $\begin{cases} 12x + 31y = 503 \\ 12 \times (-2) + 31 \times 17 = 503 \end{cases}$ donc par soustraction membre à membre $12(x + 2) + 31(y - 17) = 0$

soit $12(x + 2) = 31(17 - y)$.

c. Si le couple d'entiers relatifs $(x; y)$ est solution de l'équation $12x + 31y = 503$ alors $12(x + 2) = 31(17 - y)$

31 et 12 sont premiers entre eux et 12 divise $31(17 - y)$ donc d'après le théorème de Gauss, 12 divise $17 - y$

Il existe un entier relatif k tel que $17 - y = 12k$

En remplaçant : $12(x + 2) = 31 \times 12k$ donc $x + 2 = 31k$ donc $x = 31k - 2$ et $y = 17 - 12k$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Vérification : si $x = 31k - 2$ et $y = 17 - 12k$ ($k \in \mathbb{Z}$) alors $12x + 31y = 12(31k - 2) + 31 \times (17 - 12k) = 372k - 24 + 527 - 372k = 503$ donc les solutions de l'équation $12x + 31y = 503$ sont les couples $(31k - 2; 17 - 12k)$ avec ($k \in \mathbb{Z}$)

d. $1 \leq y \leq 12$ donc $1 \leq 17 - 12k \leq 12$ soit $17 - 12 \leq 12k \leq 17 - 1$ soit $5 \leq 12k \leq 16$, $k \in \mathbb{Z}$ donc $k = 1$

$k = 1$ donc $y = 17 - 12 = 5$ et $x = 31 - 2 = 29$ donc il existe un unique couple d'entiers relatifs $(29 ; 5)$ tel que $1 \leq y \leq 12$.
 La date d'anniversaire d'un spectateur ayant obtenu le nombre 503 avec le programme de calcul (B) est le 29 mai.

EXERCICE 2 (5 points) Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

1. Pour $n = 0 : u_1 = u_0 + 2 = 2$

Pour $n = 1 : u_2 = u_1 + 2 + 2 = 6$

2. Algorithme 1

si $n = 2$, pour $i = 1$, u prend la valeur $0 + 2 \times 1 + 2 = 4$

L'algorithme 1 ne permet pas de calculer u_1 donc ne convient pas.

Algorithme 2

L'algorithme 2 permet de calculer $u_n + 2n + 2$ donc convient.

3. a. Il semblerait que la suite (u_n) soit strictement croissante.

$u_{n+1} - u_n = 2n + 2$, $n \in \mathbb{N}$ donc $u_{n+1} - u_n > 0$, la suite (u_n) est strictement croissante.

b. $u_0 = 0$ donc $c = 0$, donc u_n est de la forme $an^2 + bn$

$u_1 = 2$ donc $a + b = 2$

$u_2 = 6$ donc $4a + 2b = 6$ soit $2a + b = 3$

$$\begin{cases} a + b = 2 \\ 2a + b = 3 \end{cases} \text{ donc } a = 1 \text{ et } b = 1, u_n = n^2 + n.$$

4. a. $v_n = u_{n+1} - u_n = 2n + 2$ de la forme $v_0 + nr$ avec $v_0 = 2$ et $r = 2$ donc (v_n) est une suite arithmétique de raison 2 de premier terme $v_0 = 2$.

b. On peut démontrer par récurrence cette propriété ou bien :

(v_n) est une suite arithmétique de raison 2 de premier terme $v_0 = 2$ donc $S_n = \frac{n+1}{2} (v_n + v_0) = \frac{n+1}{2} (2n + 4) = (n+1)(n+2)$.

c. On peut démontrer par récurrence cette propriété ou bien :

$$\begin{array}{rcl} v_0 & = & u_1 - u_0 \\ v_1 & = & u_2 - u_1 \\ \dots & & \dots \\ v_{n-1} & = & u_n - u_{n-1} \\ v_n & = & u_{n+1} - u_n \end{array}$$

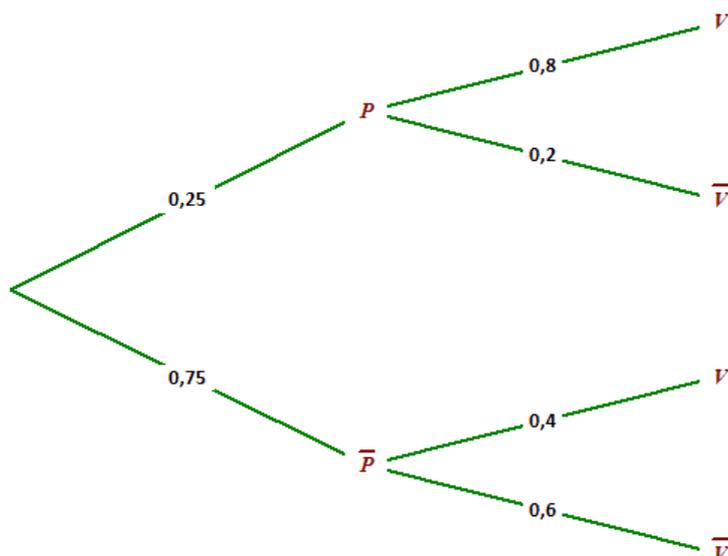
Par addition terme à terme $S_n = u_{n+1} - u_0 = (n+1)(n+2)$ donc $u_n = n(n+1)$

EXERCICE 3 (5 points)

1. Soit P l'événement « il pleut » et V l'événement « Zoé utilise la voiture »

Affirmation n° 1 : VRAIE

$$p(V) = p(V \cap P) + p(V \cap \bar{P}) = 0,25 \times 0,8 + 0,75 \times 0,4 = 0,5$$



2. Affirmation n°2 : VRAIE

Si A et B sont indépendants, $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$

D'après la propriété des probabilités totales : $p(A) = p(A \cap B) + p(A \cap \bar{B})$

$p(A) = p(A) \times p(B) + p(A \cap \bar{B})$ donc $p(A \cap \bar{B}) = p(A) - p(A) \times p(B)$

$p(A \cap \bar{B}) = p(A) (1 - p(B)) = p(A) \times p(\bar{B})$ donc A et \bar{B} sont aussi indépendants.

3. Affirmation n° 3 : FAUSSE

$$p(T \geq 5) = e^{-0,7 \times 5} = e^{-3,5} \text{ donc } p(T \geq 5) \approx 0,03$$

Affirmation n° 4 : FAUSSE

Le temps d'attente moyen à ce guichet est $\frac{1}{\lambda}$ soit $\frac{1}{0,7}$ donc environ 1,4 soit 1 min 26 secondes

4. Affirmation n°5 : VRAIE

Conditions : $n = 183$ donc $n \geq 30$, $np = 183 \times 0,39 = 71,37$ donc $np \geq 5$ et $n(1-p) = 111,63$ donc $n(1-p) \geq 5$

Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% $\left[0,39 - 1,96 \sqrt{\frac{0,39 \times 0,61}{183}} ; 0,39 + 1,96 \sqrt{\frac{0,39 \times 0,61}{183}} \right]$ soit approximativement $[0,319 ; 0,461]$

Dans l'échantillon considéré, 34 % sont du groupe sanguin A+.

$0,34 \in [0,319 ; 0,461]$ donc on ne peut pas rejeter, au seuil de 5 %, l'hypothèse selon laquelle la proportion de personnes du groupe sanguin A+ parmi les donneurs de sang est de 39 % comme dans l'ensemble de la population.

EXERCICE 4 (5 points)

1. $f(0) = g(0) = 1$ donc les courbes C_f et C_g ont un point commun d'abscisse 0.

$$f'(x) = e^x \text{ donc } f'(0) = 1, g'(x) = 2 \times \frac{1}{2} e^{\frac{x}{2}} = e^{\frac{x}{2}} \text{ donc } g'(0) = 1$$

Les tangentes au point commun ont même coefficient directeur donc sont confondues. La tangente commune Δ a pour équation $y = x + 1$.

2. a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x/2} = 0$ donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = +\infty$

b. Pour tout x réel non nul, $x \left(\frac{e^{x/2}}{x/2} - 1 - \frac{2}{x} \right) = x \left(2 \frac{e^{x/2}}{x} - 1 - \frac{2}{x} \right) = 2 e^{x/2} - x - 2 = h(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \text{ donc } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x/2}}{x/2} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 0 \text{ donc } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2 \frac{e^{x/2}}{x} - 1 - \frac{2}{x} \right) = +\infty \text{ donc } \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$$

c. Pour tout réel x , $h'(x) = 2 \times \frac{1}{2} e^{\frac{x}{2}} - 1$ donc $h'(x) = e^{\frac{x}{2}} - 1$

$$e^{\frac{x}{2}} - 1 > 0 \Leftrightarrow e^{\frac{x}{2}} > 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} \geq 0 \Leftrightarrow x > 0$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	-	0	+

d.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	-	0	+
h	$+\infty$	0	$+\infty$

e. Pour tout réel x , $h(x) \geq 0$ donc $2 e^{x/2} - x - 2 \geq 0$ donc $2 e^{x/2} \geq x + 2$ donc $2 e^{x/2} - 1 \geq x + 1$ soit $g(x) \geq x + 1$

f. Pour tout réel x , $g(x) \geq x + 1$ donc la courbe C_g est toujours au dessus de la droite Δ .

3. a. Pour tout réel x , $(e^{x/2} - 1)^2 = (e^{x/2})^2 - 2 e^{x/2} + 1 = e^x - 2 e^{x/2} + 1$

b. $f(x) - g(x) = e^x - 2 e^{x/2} + 1 = (e^{x/2} - 1)^2$ donc $f(x) - g(x) \geq 0$

Pour tout réel x , $f(x) \geq g(x)$ donc la courbe C_f est toujours au dessus de la courbe C_g .

4. Pour tout réel x , $f(x) \geq g(x)$ donc l'aire demandée est égale à $\int_0^1 [f(x) - g(x)] dx$

$$A = \int_0^1 \left(e^x - 2 e^{\frac{x}{2}} + 1 \right) dx = \left[e^x - 4 e^{\frac{x}{2}} + x \right]_0^1$$

$$A = e - 4 e^{0,5} + 1 - (1 - 4) \text{ donc } A = e - 4 e^{0,5} + 4 \text{ u. a.}$$