1. La somme des « hauteurs » des carreaux s'écrit :

$$L = 1 + \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^4 + \left(\frac{2}{3}\right)^5 + \dots + \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$L = 1 + \frac{2}{3}\left[1 + \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^4 + \left(\frac{2}{3}\right)^5 + \dots + \left(\frac{2}{3}\right)^n\right] - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$$

$$L = 1 + \frac{2}{3} L - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$$

$$L - \frac{2}{3} L = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$$

$$\frac{1}{3} L = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$$

$$L = \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}{\frac{1}{3}}$$

$$L = 3\left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right]$$

$$\lim_{n \to +\infty} L = \lim_{n \to +\infty} \left\{3\left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right]\right\}$$

or $\lim_{n \to +\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} = 0$ car $\frac{2}{3} < 1$

donc $\lim_{n \to +\infty} L = 3$

Ceci prouve que l'hypothèse de départ des peintres contemporains d'Alberti qui était que la suite des carreaux formait une suite géométrique de raison $q = \frac{2}{3}$ est donc fausse.

2. En appliquant le théorème de Thalès dans les différents triangles, on obtient :

$$\frac{FA_1}{d} = \frac{h}{d + l}$$

$$\frac{FA_2}{d} = \frac{h}{d + 2l}$$

$$\frac{FA_3}{d} = \frac{h}{d+3l}$$

d’où

$$A_0A_1 = h - FA_1 = h - \frac{dh}{d+l} = \frac{h\,(d+l) - dh}{d+l} = \frac{hl}{d+l}$$

$$A_1A_2 = FA_1 - FA_2 = \frac{dh}{d+l} - \frac{dh}{d+2l} = \frac{dh\,(d+2l) - dh\,(d+l)}{(d+l)(d+2l)} = \frac{dhl}{(d+l)(d+2l)}$$

$$A_2A_3 = FA_2 - FA_3 = \frac{dh}{d+2l} - \frac{dh}{d+3l} = \frac{dh\,(d+3l) - dh\,(d+2l)}{(d+2l)(d+3l)} = \frac{dhl}{(d+2l)(d+3l)}$$

d’où

$$\frac{A_1A_2}{A_0A_1} = \frac{dhl}{(d+l)(d+2l)} \times \frac{d+l}{hl} = \frac{d}{d+2l}$$

$$\frac{A_2A_3}{A_1A_2} = \frac{dhl}{(d+2l)(d+3l)} \times \frac{(d+l)(d+2l)}{dhl} = \frac{d+l}{d+3l}$$

On constate que $\frac{A_1A_2}{A_0A_1} \neq \frac{A_2A_3}{A_1A_2}$ et donc la suite des « hauteurs » A_0A_1, A_1A_2, A_2A_3… n’est pas géométrique.