

Cours 8 : Lentilles

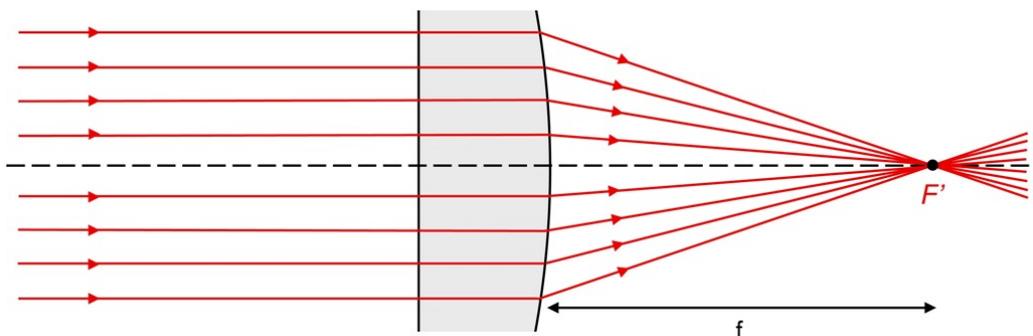
Du fait de leur capacité à manipuler les images, les lentilles sont des systèmes optiques particulièrement courants dans notre vie quotidienne : appareils photos et caméras, jumelles et longues-vues, loupes et microscopes, lunettes de vue et lentilles de contact, etc... Nous nous intéresserons aux applications des lentilles à l'occasion des cours suivants; il nous faut commencer par comprendre leur fonctionnement, c'est-à-dire la manière dont elles agissent sur les rayons lumineux. Nous avons commencé par étudier la lentille la plus simple et la plus commune, la lentille plan-convexe. Le lecteur intéressé par une étude détaillée est invité à résoudre le problème ci-dessous:

[Examen du 23 juin 2009 : la lentille plan-convexe](#)

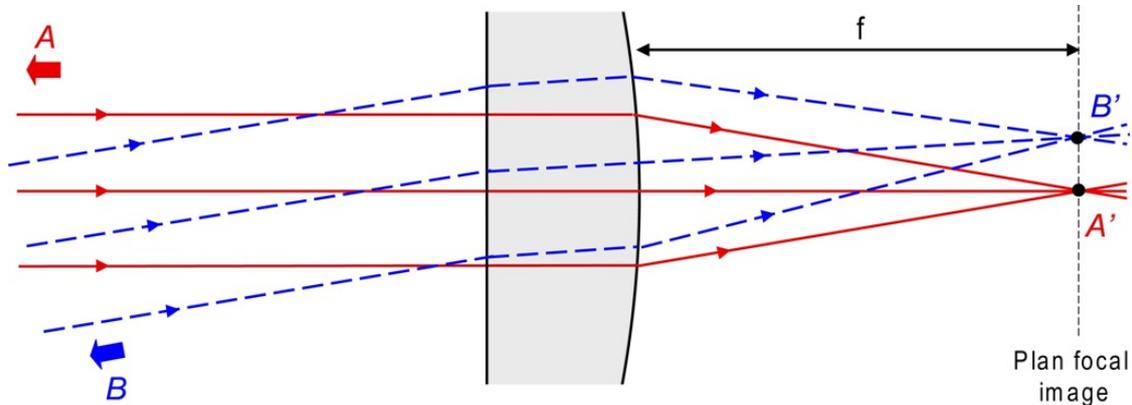
Les études qui suivent se placent dans l'*approximation des petits angles*, qui est la condition clé pour qu'une lentille fonctionne proprement : $\sin i = \tan i = i$, à condition que l'angle i soit exprimé en radians (et non en degrés!) et qu'il soit « suffisamment petit ». La marge de validité de cette approximation est heureusement assez grande : par exemple, l'approximation $\sin i = i$ reste valable à mieux que 1% près tant qu'on utilise des angles inférieurs à 0,24 radians (14 degrés). L'approximation des petits angles n'est qu'un cas particulier de *développement limité* au premier ordre, appliqué aux fonctions sinus et tangente, en prenant comme point de référence l'angle nul $i_0=0$. Une introduction plus générale aux développements limités est disponible ci-dessous :

[Introduction aux développements limités](#)

Dans cette approximation des petits angles, on peut tout d'abord montrer que des rayons lumineux parallèles à l'axe de symétrie de la lentille (son *axe optique*) seront tous focalisés en un même point F' , appelé le *foyer image* de la lentille. Par définition, ce foyer est l'image réelle d'un point situé sur l'axe optique mais « à l'infini », c'est-à-dire extrêmement lointain. Le foyer image est situé après la lentille à une distance f appelée *distance focale* et donnée par $f = R/(n-1)$ avec R le rayon de courbure du verre et n son indice. Pour parvenir à ce résultat il est recommandé de poser le problème avec soin : *dessin* du système, *définitions* (points, distances, et angles), *approximations* utilisables, détermination des *paramètres* et des *inconnues*, et enfin *relations physiques* entre toutes ces quantités. Être capable de poser un problème de façon autonome est la principale compétence attendue des étudiants de premier cycle universitaire.



De façon générale,, une lentille convergente permet de réaliser l'image réelle d'un objet lointain AB , cette image $A'B'$ étant située dans le *plan focal image* de la lentille (c'est-à-dire le plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par le foyer image F' de la lentille). Il faut pour cela que l'approximation des petits angles reste valable, donc que le point B ne soit pas situé trop à l'écart de l'axe optique.



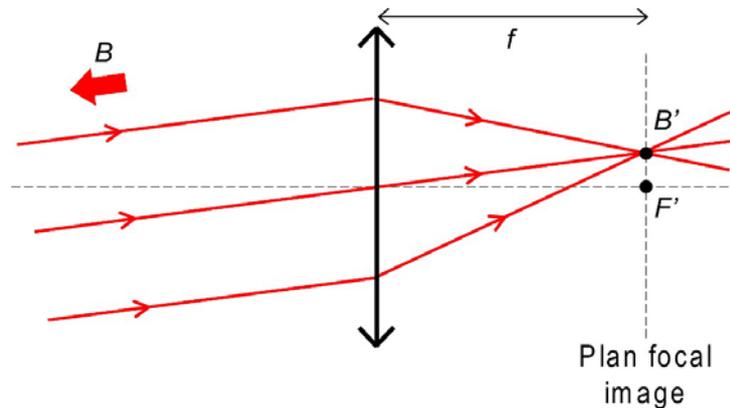
La photographie ci-dessous montre une lentille réalisant l'image réelle d'un objet lointain (un paysage à travers une fenêtre). L'image réelle est observée grâce à un écran placé juste au bon endroit (c'est-à-dire dans le plan focal image de la lentille). En pratique on ajuste la distance entre la lentille et l'écran jusqu'à obtenir une image nette sur l'écran. La distance obtenue, facilement mesurable, n'est autre que la distance focale f de la lentille.



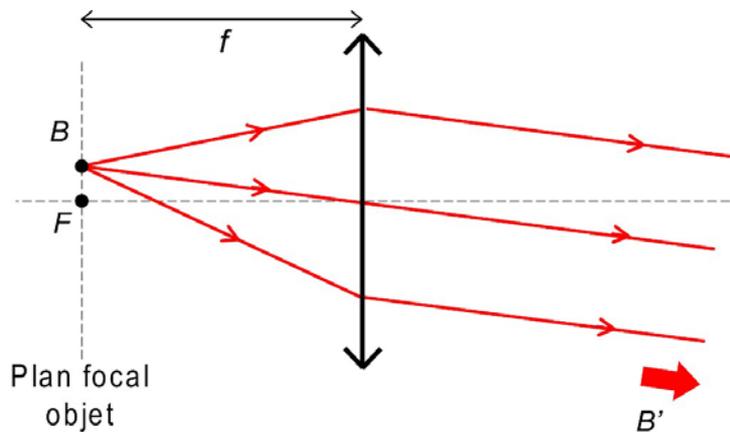
Dans le cas d'une lentille suffisamment mince, et pour des angles suffisamment petits, une lentille convergente peut-être considérée comme un système optique *d'épaisseur négligeable* et agissant sur les rayons lumineux selon deux règles très simples :

- Un rayon passant par le centre de la lentille n'est pas dévié
- Des rayons incidents parallèles entre eux convergeront dans le plan focal image

Ce modèle est le modèle de la lentille mince, ou *lentille idéale*, illustré sur la figure ci-dessous. Attention au fait que ce modèle fait intervenir plusieurs ingrédients: la lentille elle-même, mais également son axe optique et son plan focal image situé à la distance f . On retrouve également la notion de foyer image F' , qui est le point où convergeront des rayons parallèles à l'axe optique.



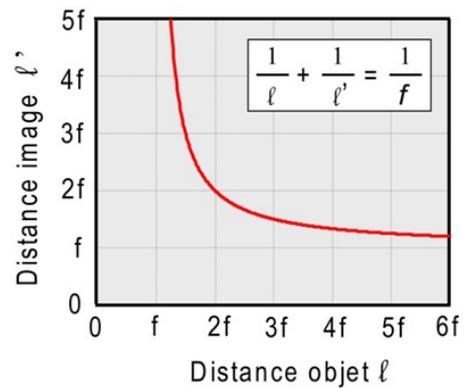
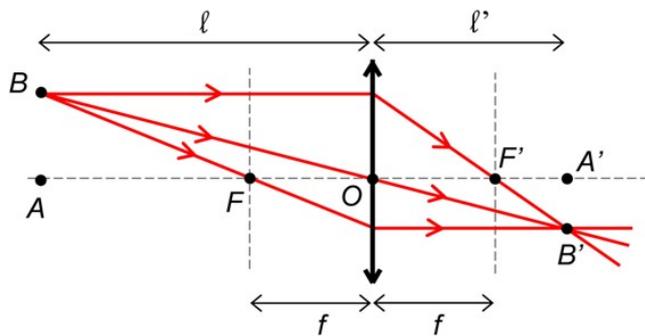
On note également que, du fait de la symétrie de ce système optique, un point objet B situé à la distance f de la lentille émettra des rayons qui ressortiront parallèlement entre eux, comme illustré sur la figure ci-dessous. On dit dans un tel cas que B est situé dans le *plan focal objet* de la lentille (cf cours n°7). L'intersection entre le plan focal objet et l'axe optique est le *foyer objet* F , qui est le point pour lequel un objet produira des rayons parallèles à l'axe optique. Ainsi, dans le cas d'une lentille idéale, le plan focal objet et le plan focal image sont positionnés symétriquement, tous les deux à la distance f de la lentille.



Sur la base de ce modèle, on peut montrer qu'une lentille idéale réalise une image réelle *même pour un objet proche*. La figure ci-dessous (à gauche) montre comment l'on prédit « à la main » la position de l'image B' pour un point objet B situé hors de l'axe optique, à l'aide des règles suivantes :

- Le rayon passant par le centre O de la lentille n'est pas dévié.
- Le rayon émis parallèlement à l'axe optique passera par le foyer image F'
- Le rayon passant par le foyer objet F ressort parallèlement à l'axe optique.

Il est possible de montrer que n'importe quel autre rayon émis par B se dirigera également vers B' , qui est donc bien l'image réelle de B .

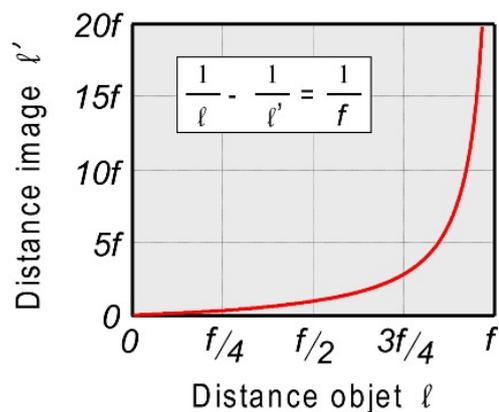
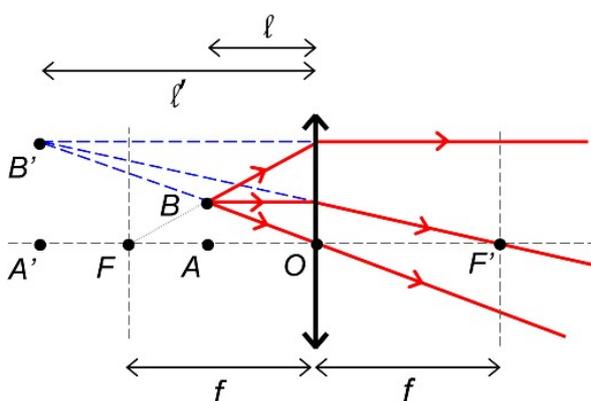


On remarque qu'il n'est pas possible de prédire de cette manière la position de l'image A' d'un point A situé *sur* l'axe optique. Nous pouvons toutefois utiliser une règle très générale qui nous indique que, si A est situé à la verticale de B , l'image A' sera également située à la verticale de B' . La distance de l'objet ℓ et la distance de l'image réelle ℓ' par rapport à la lentille vérifient la relation $1/\ell + 1/\ell' = 1/f$, comme indiqué ci-dessus (figure de droite). Si ℓ tend vers l'infini alors ℓ' tend vers f (image dans le plan focal image), tandis que si ℓ tend vers f alors ℓ' tend vers l'infini (image lointaine).

Dans le cas où l'objet est à une distance ℓ inférieure à f , la lentille n'est pas suffisamment focalisante pour permettre la réalisation d'une image réelle : les rayons en sortie de lentille divergent. Comme illustré sur la figure ci-dessous, on peut déterminer « à la main » la position de l'image virtuelle B' , pour un point objet B situé en dehors de l'axe optique, à l'aide des mêmes règles que précédemment :

- Le rayon passant par le centre O de la lentille n'est pas dévié.
- Le rayon émis parallèlement à l'axe optique passera par le foyer image F'
- Le rayon semblant provenir du foyer objet F ressort parallèlement à l'axe optique.

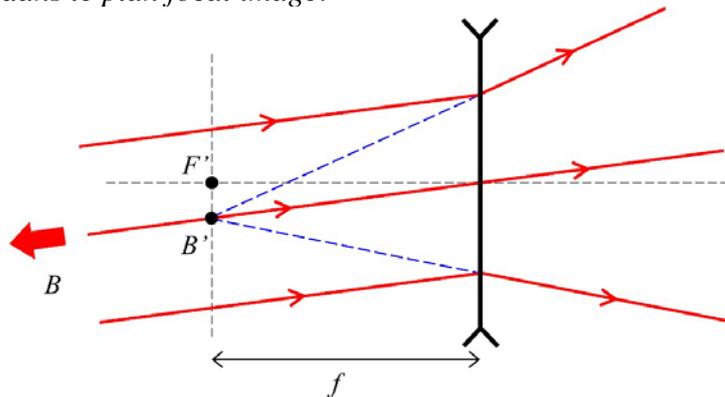
La distance de l'objet ℓ et la distance de l'image virtuelle ℓ' vérifient cette fois la relation $1/\ell - 1/\ell' = 1/f$. Si ℓ tend vers 0, alors ℓ' tend aussi vers 0 (pas de déviation des rayons lumineux), tandis que si ℓ tend vers f alors ℓ' tend vers l'infini (image virtuelle lointaine).



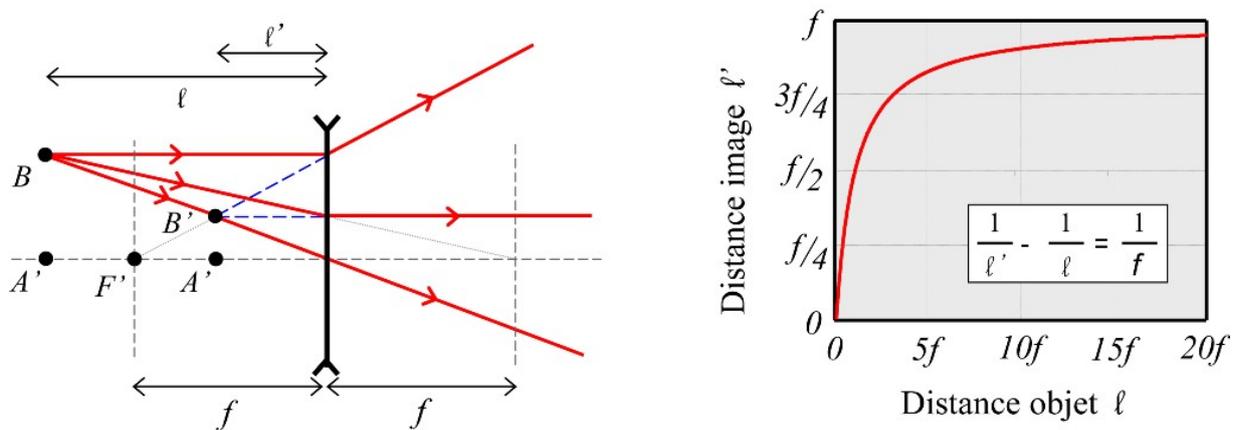
Un autre cas intéressant est celui de la *lentille divergente*, dont la lentille plan-concave est l'exemple le plus simple; une telle lentille produit naturellement l'image virtuelle d'un objet. On peut montrer que des rayons incidents parallèles à l'axe optique divergeront en sortie de lentille, et sembleront donc tous provenir d'un même point F' , le foyer image, situé cette fois *avant* la lentille. Par définition, ce foyer image est le lieu où sera située l'image (virtuelle cette fois) d'un point situé sur l'axe optique mais « à l'infini ». Le foyer image est situé à une

distance f nommée distance focale par analogie avec la lentille convergente, bien qu'il n'y ait pas de focalisation des rayons lumineux. De même, le plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par F' est nommé le plan focal image : c'est le plan où sera située l'image virtuelle d'un objet lointain. Comme précédemment, dans le cas d'une lentille suffisamment mince et pour des angles suffisamment petits, nous pouvons utiliser le modèle de la *lentille divergente idéale*, illustré sur la figure ci-dessous. Deux règles gouvernent là encore le trajet des rayons lumineux à la traversée d'une telle lentille :

- Un rayon passant par le centre de la lentille n'est pas dévié.
- Des rayons incidents parallèles entre eux divergeront comme s'ils provenaient d'un point situé dans le plan focal image.



A l'aide d'un tel modèle nous pouvons prédire le trajet de n'importe quel rayon lumineux; en particulier nous pouvons tracer à la main, pour un point B situé en dehors de l'axe optique, son image virtuelle B' , comme illustré sur la figure ci-dessous. La distance de l'objet ℓ et la distance de l'image virtuelle ℓ' vérifient cette fois la relation $1/\ell' - 1/\ell = 1/f$. Si ℓ tend vers 0, alors ℓ' tend aussi vers 0 (pas de déviation des rayons lumineux), tandis que si ℓ tend vers l'infini alors ℓ' tend vers f (image virtuelle dans le plan focal image).



Se familiariser avec ces différentes relations objet-image demande du temps et de l'entraînement, le lecteur étant invité à refaire par lui-même les figures dans différentes configurations. Il est important de noter, toutefois, que toutes ces relations peuvent être résumées en une seule formule. Si on appelle O le centre de la lentille, F' son foyer image, A un point objet situé sur l'axe optique et A' son image réelle ou virtuelle (sur l'axe optique également), on a pour toute lentille la relation suivante :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

Comme on peut le voir, cette relation fait intervenir des grandeurs *algébriques*, qui peuvent être *soit positives* (pour les points situés à droite de la lentille) *soit négatives* (pour les points situés à gauche de la lentille). Si l'on préfère raisonner en utilisant les distances ℓ , ℓ' et f (distances toujours positives), on voit que l'on retrouve bien les relations exprimées précédemment pour des lentilles convergentes ou divergentes, pour des images réelles comme pour des images virtuelles.